

近地表隧道開挖之數值分析
NUMERICAL ANALYSIS OF
TUNNELING
AT SHALLOW DEPTH

陳堯中，秦中天
Y. C. Chen and C. T. Chin

原載於中華民國第十一屆全國力學會議論文集，
1987年12月，1048 - 1054頁

*Reprinted from Proceedings,
Eleventh National Conference on
Theoretical and Applied Mechanics,
December 1987,
pp. 1045 - 1054*

近地表燧道開挖之數值分析

陳堯中

國立台灣工業技術學院營建工程技術系

秦中天

亞新工程顧問公司

摘 要

在地表下之隧道開挖將造成隧道周圍土壤之應力解除，開挖周圍土壤因解壓而產生膨脹行為，並向隧道內移動，此現象最後會引起地表之沉陷，由地表位移量之大小及分佈可預測其對地上結構物的損害程度，此外由於隧道之開挖，亦將改變周圍土壤的應力分佈，造成應力集中情形。

隧道開挖引致之地表沉陷分析，一般是經驗公式估計其地表位移量，並假設其地表位移之分佈為常態分佈曲線 (Normal distribution curve)，對於隧道周圍之應力分析，則假設為在彈性的無限平板中之開挖 (即平面應力觀念)，而以 Kirsch solution 分析之。

然而真實的情況通常是在有限的土層內，接近地表處的隧道開挖，此時的沉陷分析和應力分佈並無適當的理論解可依循，而必須以經驗公式和數值分析法為之，本文以有限元素法模擬隧道開挖之情形，考慮其周圍土壤之應力和沉陷的大小及分佈，以探討一般沉陷公式及應力解在近地表隧道開挖時之適用性。

前 言

由於捷運系統和污水幹管的興建，台北市區內的地下隧道開挖問題，日益受到重視。由於目前分析隧道開挖所引起的沉陷大都是經驗公式，分析隧道荷重則另外採用線彈性的理論解，並不是由一套很有系統的方法來同時預測因隧道開挖所產生的土壤應力與應變。因此，這項研究的目的是在於利用有限元素法分析隧道在接近地表時開挖所造成的影響。雖然隧道開挖受施工影響頗大，理論解並不完全適用於分析設計，但這篇報告的目的是希望由力學的觀點來建立起一個架構，用來評估軟弱土層的厚度、隧道深度、土壤壓縮性和土壤強度的影響，進而探討經驗公式及彈性力學解的通用性。同時，提出將來模擬隧道開挖問題時，應該注意的事項。

在地層深處 (通常為岩層) 的圓形隧道開挖問題，其應力分析通常假設為在一無限平板中存在一圓孔，平板承受均勻的雙向應力，以平面應力觀念求其彈性解。而近地表之隧道開挖，可假設為在彈性的半無限空間中存在一圓孔，其應力分佈由 Mindlin (1940) 的彈性解求出 [9]

由於岩石的強度一般遠大於土壤，故在岩層中開挖，其集中應力可能未超過其強度，以彈性力學分析應力分佈尚稱合理。但是在淺處（特別是土壤）之開挖，無可避免的，由於開挖後造成的集中應力適必超過其強度，故以彈性力學分析之，其適用性存疑。

對於隧道開挖所引起的地表沉陷量估算方法，目前尚無理論解，而必須以經驗公式或數值分析法求之。經驗公式的估算方法，通常先將土壤分為黏性土壤和砂性土壤，分別預測其在隧道開挖時的地層體積損失（ground loss），再考慮這項損失傳遞至地表的方式，而估算最終的地表沉陷量〔1, 2, 3〕。至於與隧道軸垂直的橫向地表沉陷分佈曲線則假設為常態分佈（Normal distribution），距經驗顯示，在大多數土壤中開挖引起的地表沉陷皆呈常態分佈，較不受施工方法的影響，但對於砂性土壤而言，施工品質影響沈陷甚鉅。

欲同時分析近地表隧道開挖的應力狀態及地表沉陷曲線，則無理論解或經驗解可資依循，而必須以數值分析法作一有系統的評估和研究，再配合現場實測資料，才能真正了解其力學行為。

數值分析法

一有限元素程式

本研究採用二向度的彈塑性有限元素程式分析隧道開挖的力學行為，所使用的程式是以 Owen and Hinton〔7〕者為藍本，加以修改使能適用於開挖情形。此程式可使用的彈塑性模式計有 Von Mises, Tresca, Mohr-Coulomb 及 Drucker-Prager, 其中較適合於土壤行為的是 Mohr-Coulomb 理論，故本研究以 Mohr-Coulomb 的彈塑性有限元素程式為主，同時探討因開挖所引起

的地表沉陷及應力分佈的彈性解和塑性解。圖一為本研究所採用的有限元素網格，係由四邊形的八節點元素所構成（8-node quadrilateral element）。

Mohr-Coulomb 理論的破壞準則為

$$\tau = C + \sigma \tan \phi$$

式中， τ 為剪應力， σ 為正應力， C 為凝聚力， ϕ 為摩擦角。土壤應力狀態莫爾圓位於破壞包絡線以內的土壤行為是線彈性，而達到破壞包絡線後，其行為為完全塑性。

二開挖模擬程序

以有限元素法模擬隧道開挖的正確步驟為，首先加重力於有限元素網格中，求出其起始的現地應力，由於開挖將造成開挖邊界土壤的應力完全解除，因此，由起始現地應力決定開挖邊界上的應力，再將這些應力反向加回開挖邊界，並使欲開挖元素的勁度降至極小，如此，則完成開挖的模擬程序〔4, 5〕。見圖二。

若先在有限元素網格中設定一圓孔，再加重力使其平衡，則其結果對於彈性解而言，與先前所得者完全相同，然對於塑性解則不正確。

三土壤參數

本研究目的在探討隧道深度、土層厚度及土壤強度對地表沉陷及應力分析的影響。所選擇的各項參數請見圖一，隧道直徑（ D ）為 10 m，隧道頂的覆蓋土厚度設為 $1D$ 、 $2D$ 及 $3D$ ，以探討隧道深度之影響；土層厚度設為 $6D$ 且不隨隧道深度而改變，即本研究乃針對在有限土層中之隧道開挖，而不考慮土層底下岩盤之變形。

由於開挖後的土壤並無外在的支撐系統，所以土壤本身須有自持能力（即須有凝聚力），因此， C 值取為 1 KSC ， ϕ 值為 30 度，包生比 ν 則按一般假設為 0.3 ，土壤的彈性模數

E 值為 400 KSC。

結果與討論

一、地表沉陷

1. 彈性解

雖然土巖並非彈性物質，但是彈性解是最基本的一組解，對於了解其力學行為有很大幫助，因此首先求出一組彈性數值解作為與塑性解和經驗解之比較。圖三顯示在覆蓋厚度分別為 1 D、2 D 及 3 D 的情況下，隧道開挖所引起的橫向地表沉陷分佈曲線。由圖上顯示在覆蓋厚度為 1 D 的淺處開挖時，距隧道中心軸 1.5D 距離之外的地表有隆起的現象，隨著覆蓋厚度的增加，此隆起現象即消失。由於過去的現場觀測並無隆起資料的發表，是否數值解不適用或邊界條件不恰當所造成？目前正從事進一步的研究中。

由圖三可看出，隧道的深度增加，其引起的地表沉陷量愈大，且其地表沉陷分佈曲線的反曲點也愈偏離隧道中心軸。顯示在深處開挖時，由於其起始現地應力較大，開挖後應力解除的影響範圍較廣，造成較大的擾動。另外位於 5 D 的邊界上，其地表沉陷並非為零，可能係受到土壤壓縮性 (E, ν) 或邊界條件的影響，有待進一步研究。

2. 彈塑性解

為了和彈性數值解作一比較，分別就土壤覆蓋厚度等於 1 D、2 D 及 3 D 的例子，再以 Mohr-Coulomb 的彈塑性理論分析之，土壤強度參數 C 值為 1 KSC， ϕ 值為 30 度。不同深度隧道開挖所引起的地表沉陷分佈曲線示於圖四，為了便於比較，圖四左半邊的曲線為彈性解，而右半邊為彈塑性解。隧道開挖後由於開挖邊界四周的切向應力

增大而徑向應力很小，土壤承受的應力不平均，故開挖後隧道兩側壁的土壤將達塑性狀態，無法承受大的集中應力，多餘的應力向外傳遞而形成塑性區的擴張。因此彈塑性材料開挖後，其影響範圍較廣，引起的地表沉陷也比彈性解大。彈性解可說是地表沉陷的下限值 (Lower bound)。除了沉陷量的大小不同之外，彈塑性解與彈性解所得的地表沉陷分佈曲線相似。

不同深度的隧道開挖其周圍土壤塑性區域的分佈情形示於圖五，愈深處開挖，其土壤塑性區愈大，表示影響範圍增大，造成較大的地表沉陷量。

由彈性解和彈塑性解的分析顯示，在有限土層中的開挖，其引致的地表沉陷量隨開挖深度的增加而增加。

3. 土壤強度之影響

為探討土壤強度對地表沉陷之影響，分別以不同的 C， ϕ 值分析之。土層覆蓋厚度設為 1 D， ϕ 值設為 30 度，而改變 C 值分別為 1.0，0.75 及 0.5 KSC，其所對應之地表沉陷分佈曲線示於圖六。由圖中顯示 C 值愈小，沉陷愈大，影響範圍愈廣，且三種情形皆有隆起現象。接著取覆蓋厚度為 2 D 的情形，設 C 值為 1 KSC，而改變 ϕ 值分別為 30°，25° 及 20°。其對應之地表沉陷分佈曲線示於圖七， ϕ 值增加，則沉陷減少。

土壤強度降低將造成地表沉陷增大，在更為軟弱的土層中開挖，將使塑性區逐漸擴張，而到達地表，造成整個隧道的塌陷。

二、應力分析

1. 彈性解

開挖後將造成開挖面周圍土壤的應力重新分配，形成應力集中的現象。在探討開挖

面的應力集中情形時，通常是比較其圓周切線應力的分佈。由於採用 8 節點的四邊形元素作數值分析，其應力計算是以元素的四個高斯點為主，故其切線應力並非位於開挖邊界上，而是根據離開挖面較近的兩個高斯點（距開挖邊界約 0.04 D 處）上的應力為主。以此切線應力（ σ_{θ} ）除以隧道中心點的當地垂直應力（ γZ ）所得之應力比值直接繪於開挖圓周面上（圖八），可見顯著的應力集中現象，此應力比的最大值位於隧道兩壁稍低處（約 2.3），最小值（約 0.26）位於隧道頂端。

比較 1 D 和 2 D 的應力分佈，發現兩者極相近，顯示以彈性力學的觀點而言，開挖深度對應力比值的分佈及大小無影響。

2 彈塑性解

覆蓋厚度為 1 D 時的彈塑性解，其開挖面圓周的切線應力比值之分佈繪於圖九，為便於比較，彈性解的應力分佈繪於同一圖的左半邊。在塑性的情形下，土壤無法承受過大的集中應力，多餘的應力向外側土壤傳遞，使得開挖面附近的應力集中情形較不顯著（塑性解的應力比值最大為 1.65 最小為 0.24）。

土壤強度參數 C 值和 ϕ 值對應力分佈的影響示於圖十及圖十一。當 C 值和 ϕ 值減少時，由於土壤塑性區的擴大，使得開挖面的切線應力趨向於均勻一致性。

彈塑性解和線彈性解的應力分佈差別很大，在軟弱土層中開挖，其周圍由於塑性區的形成，使應力集中的現象，緩和許多，愈軟弱的土壤，其開挖周圍之切線應力愈小且分佈愈均勻。

為探討隧道開挖後對周遭土壤的應力變化及擾動範圍，將作用於隧道中心水平面的垂直應力除以開挖前的當地起始垂直應力，

再對水平距離作圖示於圖十二及圖十三中。圖上顯示不論是彈性解或彈塑性解，其應力變化範圍大致在距開挖邊緣 2 D 的距離內，在 3 D 的距離之外，其應力變化甚微，可說不受隧道開挖之影響。

三、經驗值之比較

以經驗公式預估地表沉陷量的方法，首先須預測因隧道開挖所造成的地表體積損失（Volume loss），通常以單位長度開挖體積的百分比來表示。這方面的資料發表不少 [1, 2, 3, 8]，根據統計資料顯示，在硬至非常硬的黏性土壤中開挖時，其體積損失百分比為 0.5 至 2.5 %；而在砂性土壤中開挖時，其體積損失百分比為 3 至 10 %，通常為 5 %。為了比較彈性解及彈塑性解與經驗值之差異，將彈性解或彈塑性解所得的地表沉陷分佈曲線對原地平線積分，可得其對應之體積損失百分比。不同開挖深度的體積損失百分比列於表一。

表一 地表體積損失百分比

覆蓋厚度	體積損失 (%)	
	彈性	彈塑性
1 D	0.2	0.4
2 D	0.8	2.8
3 D	2.0	5.7

比較表一中的數值，可知由數值解得到的體積損失百分比位於經驗值的範圍內，故以數值解推估地表沉陷量的誤差應不致於太離譜。

至於地表沉陷的分佈，一般皆假設為常態分佈曲線，其反曲點的位置應在最大沉陷量的 0.606 倍之處。根據此種觀念，可得彈性解及彈塑性解的反曲點位置，不同開挖深度的地表沉陷曲線之反曲點位置列於表二之中。此外，根據以往的資料顯示 [3, 6]，可由下列經驗公式計算 i 之值。

$$i = 0.5 Z_0 \quad (2)$$

$$i = 0.43 (Z_0) + 1.1 \quad (\text{單位: m}) \quad (3)$$

式中 i 為反曲點位置， Z_0 為隧道中心軸距地表的深度。根據式(2)及式(3)所得的反曲點位置列於表二。與經驗值比較，發現數值解的預測誤差不大。

表二 反曲點位置

隧道深度 (Z_0/D)	τ / D			
	公式 (2)	公式 (3)	彈性解	彈塑性解
1.5	0.75	0.76	0.62	0.64
2.5	1.25	1.19	1.23	1.30
3.5	1.75	1.62	2.00	1.94

為比較彈性解所得之地表沉陷曲線是否為常態分佈，以彈性解所得之反曲點位置和最大地表沉陷量這兩個條件，可反求其最適之常態分佈曲線。圖十四顯示彈性解與常態分佈曲線之比較，在 $1.1i$ 的距離內，地表沉陷曲線與常態分佈相近，但超過 $1.1i$ 的距離，則兩者相差增大。是否由於邊界條件的影響，目前正作進一步的研究中。

結論與建議

本研究以數值分析法探討近地表隧道開挖的地表沉陷分佈及應力分析，就初步的研究結果而言，可得下列幾點結論和建議。

1. 愈深處開挖，影響範圍愈廣，其造成的地表沉陷量愈大。
2. 由數值分析所得的反曲點位置與經驗值預測者相近，數值分析所得的體積損失百分比，亦在經驗值的範圍內，因此以數值分析作為初步的設計與評估應是可行的。
3. 應力集中的效應大部份發生在距開挖邊界 $2D$

的範圍內，超出 $3D$ 距離之外，應力變化不存在。在軟弱土壤中開挖，由於塑性區的形成及擴張，使得隧道周圍的切線應力趨向於均勻一致。

4. 以彈性解所得之地表沉陷量和塑性者相差極大，應使用更適合土壤的理論模式（如 Cam-Clay 等）加以比較，並印證現場實測資料，以對其力學行為有更正確的了解。
5. 對於更複雜的情況，如雙隧道、多層土壤、灌漿土壤的開挖等，尚無經驗解或理論解，可利用數值分析法作一有系統的研究。

符號說明

- C : 土壤凝聚力
- D : 隧道直徑
- i : 常態分佈曲線的反曲點
- R : 隧道半徑
- S : 地表沉陷量
- S_{max} : 地表最大沉陷量
- Y : 以隧道中心軸為準的橫向水平距離
- Z_0 : 隧道中心點距地表的深度
- σ_θ : 隧道開挖面的圓周切線應力
- σ_z : 垂直向應力
- γ : 土壤單位重
- ϕ : 土壤摩擦角

參考文獻

1. Attewell, P.B. and Woodman, J.P. (1982) "Predicting the dynamics of ground settlement and its derivatives caused by tunnelling in soil," *Ground Engineering* 15(8) pp.13-22.
2. Attewell, P.B. and Yeates, J. (1984) "Tunnelling in soil," *Ground Mov-*

- ements and Their Effects on Structures, ed. Attewell, P.B. and Taylor, R.K. Surrey Univ. Press, USA, pp.132-215.
3. Attewell, P.B., Yeates, J., and Selby, A.R. (1986) Soil Movements Induced by Tunnelling and Their Effects on Pipelines and Structures, Chapman and Hall, New York, 325p.
4. Desai, C.S. (1977) "Soil-Structure interaction and Simulation problems," Finite Elements in Geomechanics, ed. Gudehus, G., pp.209-250.
5. Kovari, K. (1977) "The Elasto-plastic analysis in the design practice of underground openings," Finite Elements in Geomechanics, ed Gudehus, G., pp.377-412.
6. O'Reilly, M.P. and New, B.M.(1982) "Settlement above tunnels in the United Kingdom-their magnitude and predication," Proc. Tunnelling '82, ed. Jones, M.P., Publ. I.M.M., London, pp.137-181.
7. Owen, D.R.J. and Hinton, E.(1980) Finite Elements in Plasticity: Theory and Practice, Pineridge Press, UK, 594 p.
8. Peck, P.B. (1969) "Deep excavations- and tunnelling in soft ground-state of the art report," 7th Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Mexico City, pp.225-290.
9. Poulos, H.G. and Davis, E.H. (1974) Elastic Solutions for Soil and Rock Mechanics, 411p.

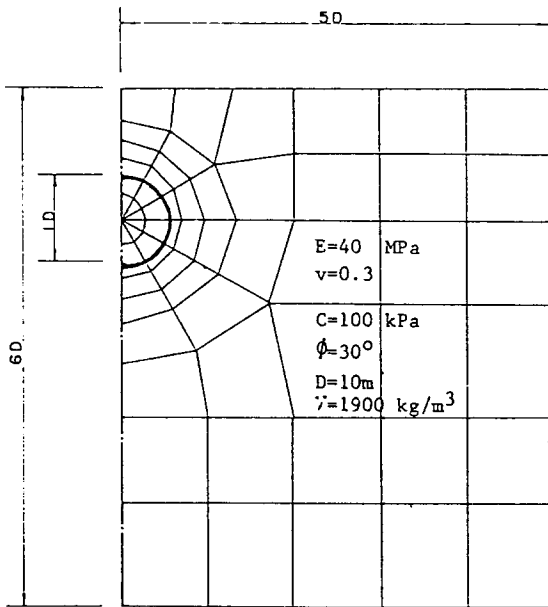
ABSTRACT

Excavation of underground tunnels causes local relaxation of existing stresses in surrounding soils. Dilation into the opening accompanies decompression and finally results in the surface settlements above tunnels. The effects of ground movements on structures could be predicted by their magnitude and distribution. In addition, the excavation changes the stress state in surrounding soils and causes stress concentration.

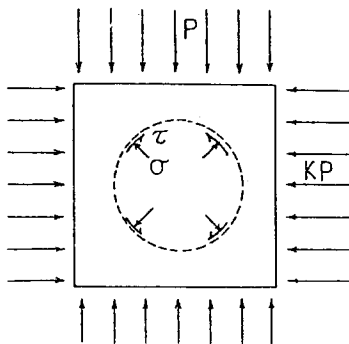
Empirical equations have been used to predict the surface settlement, and the distribution of the settlement is usually assumed to be normal distribution. As for the stress analysis, it is common to simulate the tunnelling by considering a hole in an infinite plate subjected to uniform stresses.

However, the usual situation for tunnelling is at shallow depth. There is no theoretical solution for the analysis of settlement and stress. The possible approaches are empirical equations and numerical analysis. Finite element was used in this paper to simulate tunnelling at shallow depth.

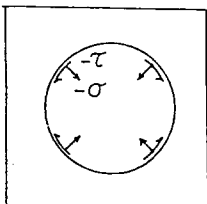
The results of the surface settlements and stress distribution were compared with empirical solutions.



圖一 有限元素網格

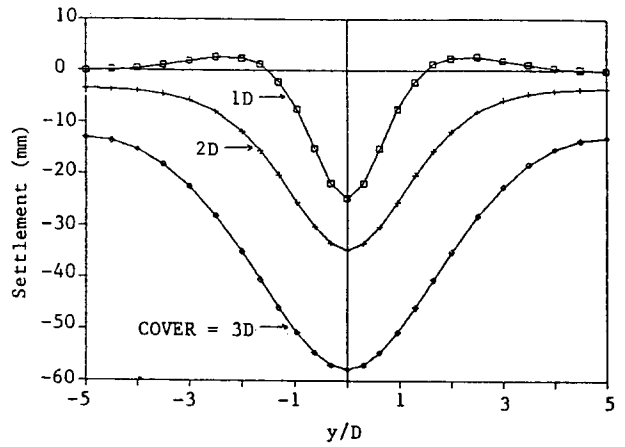


(a) Initial condition

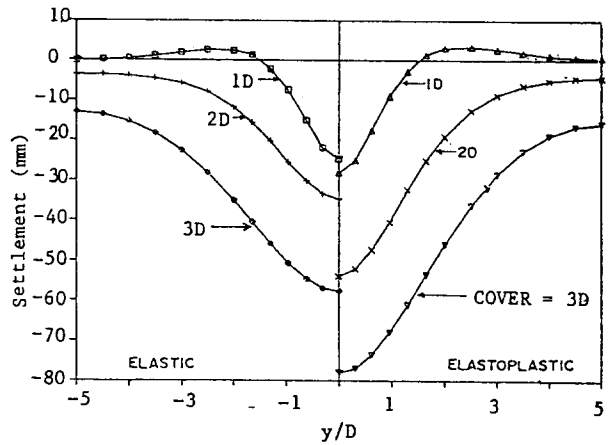


(b) Excavation

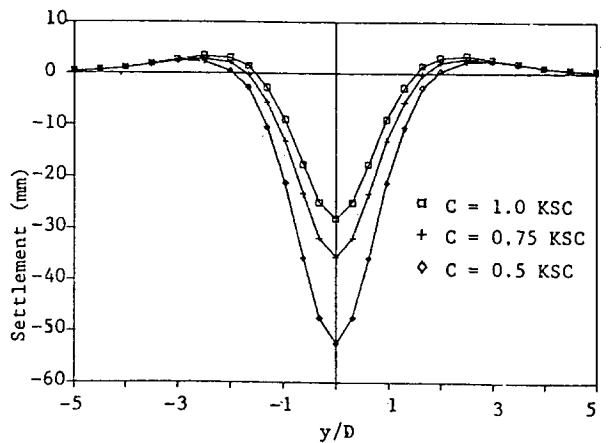
圖二 開挖程序



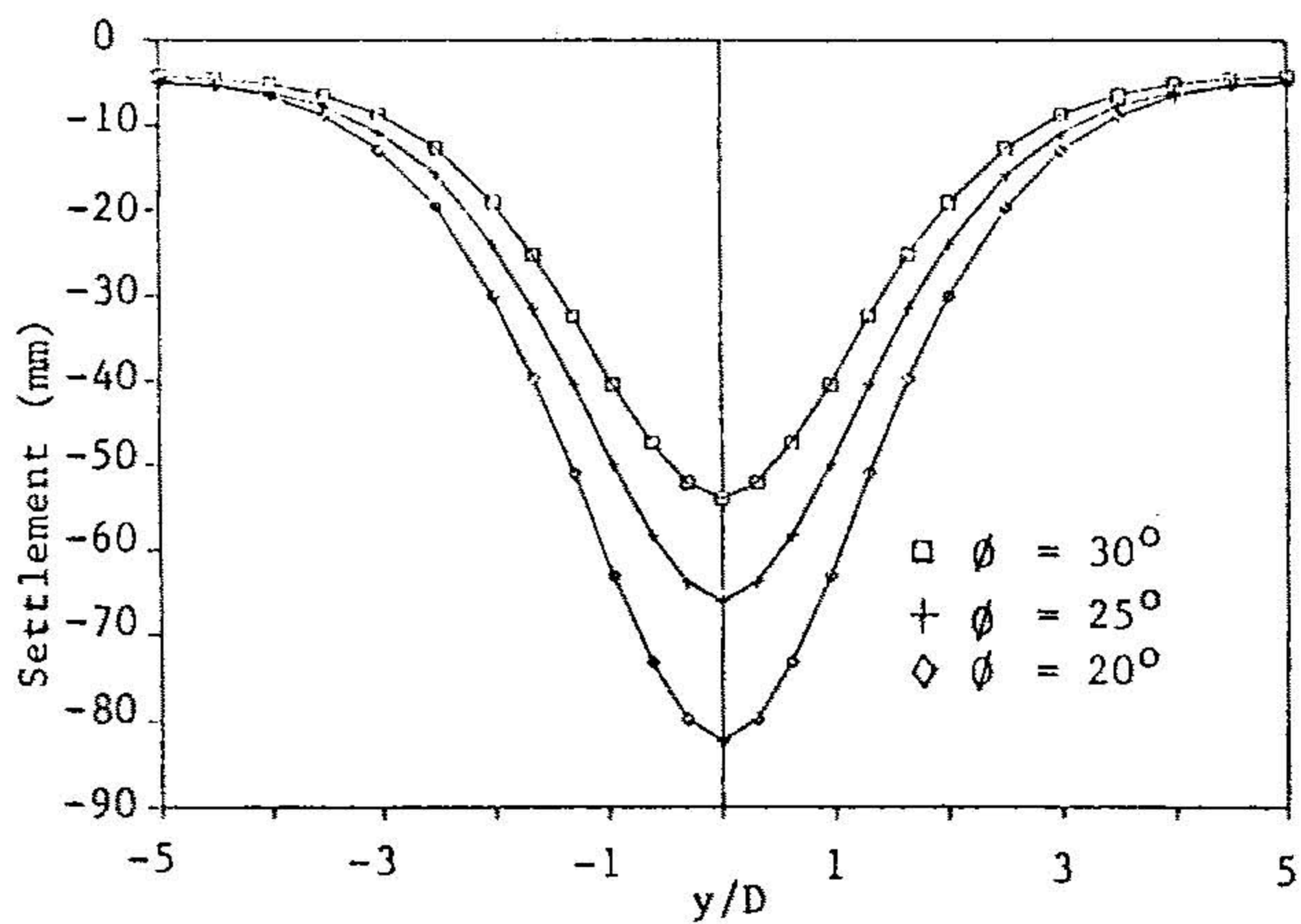
圖三 地表沉陷分佈曲線 (彈性解)



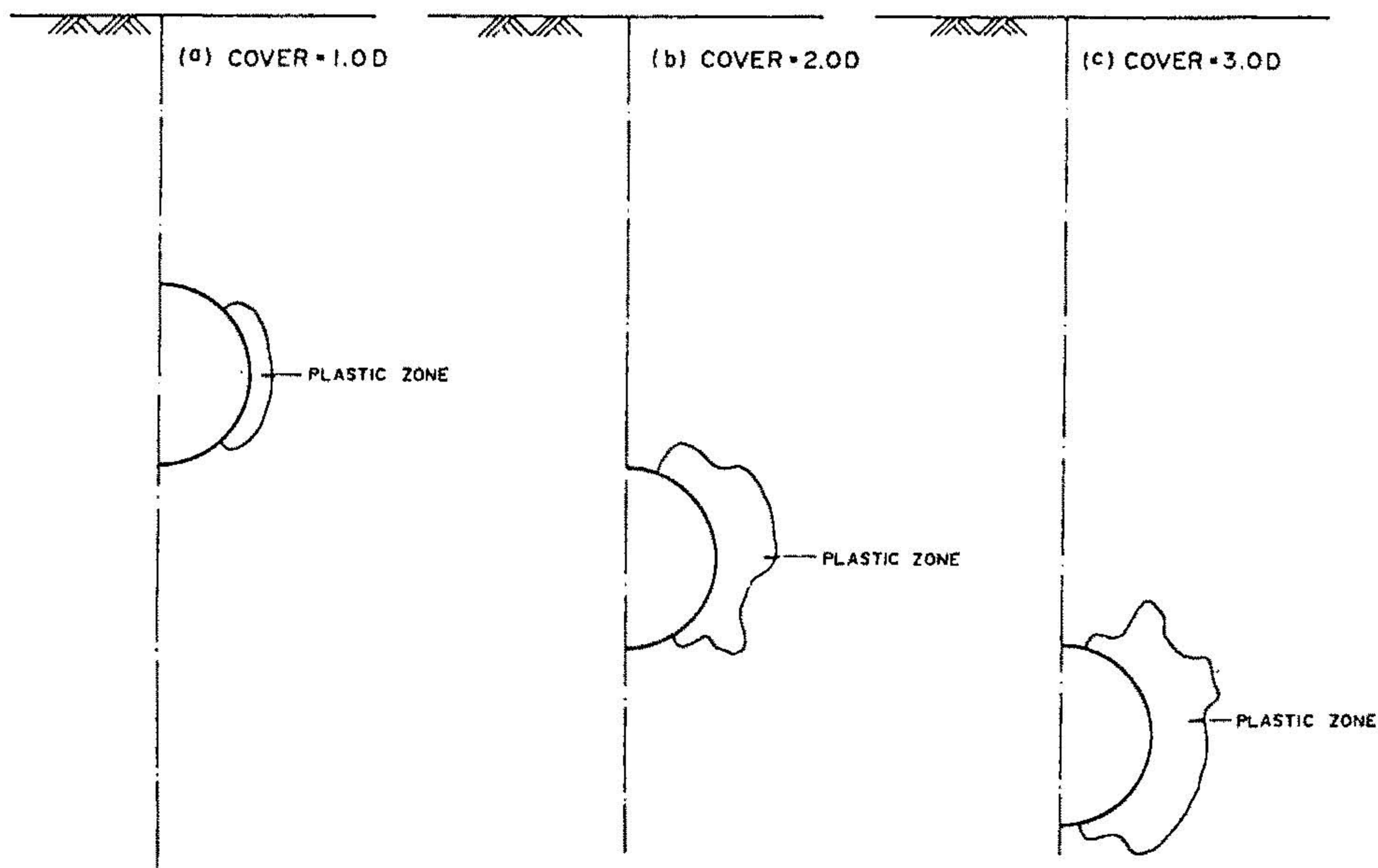
圖四 地表沉陷分佈曲線 (彈塑性解)



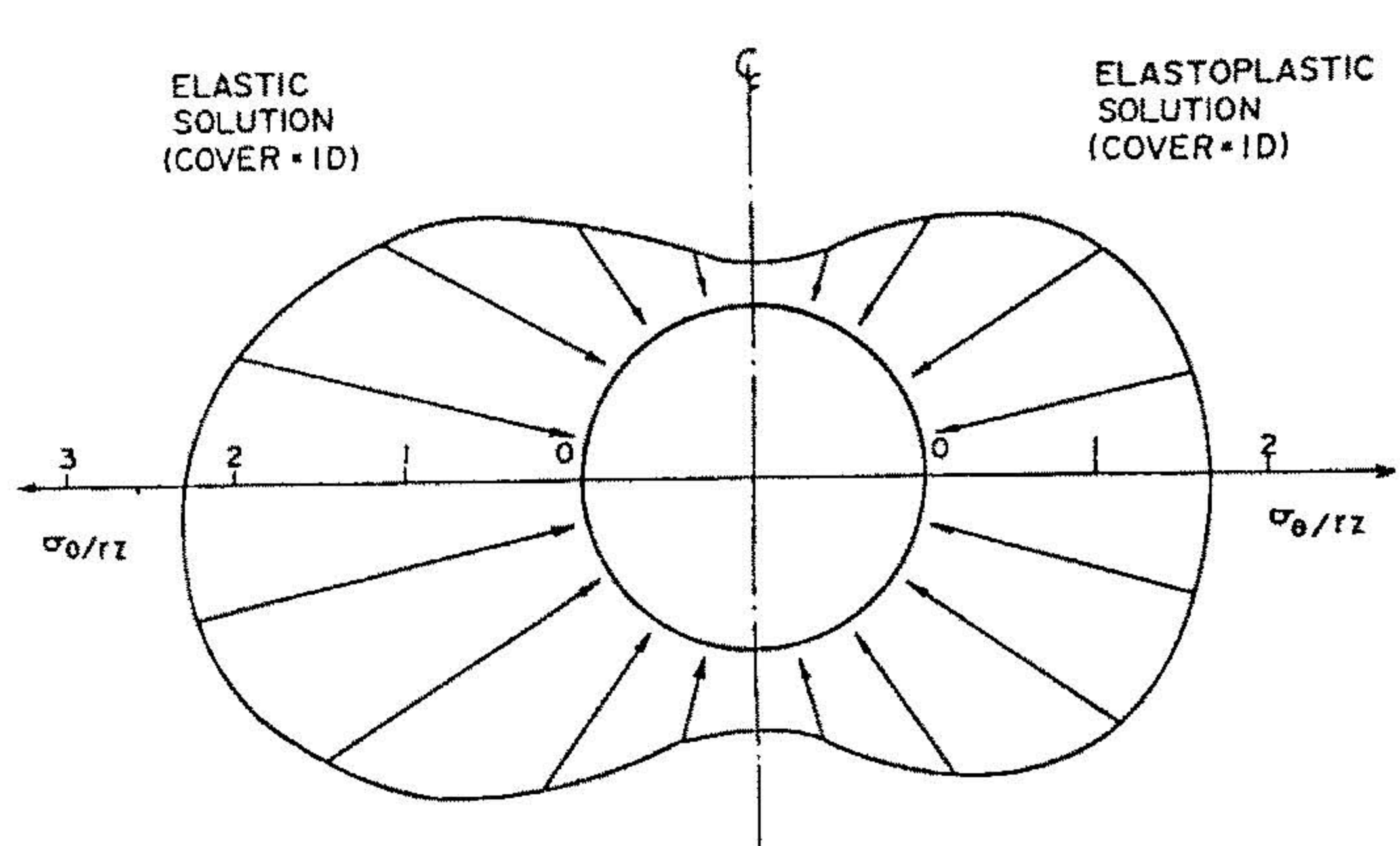
圖六 地表沉陷分佈曲線 (C 值之影響)



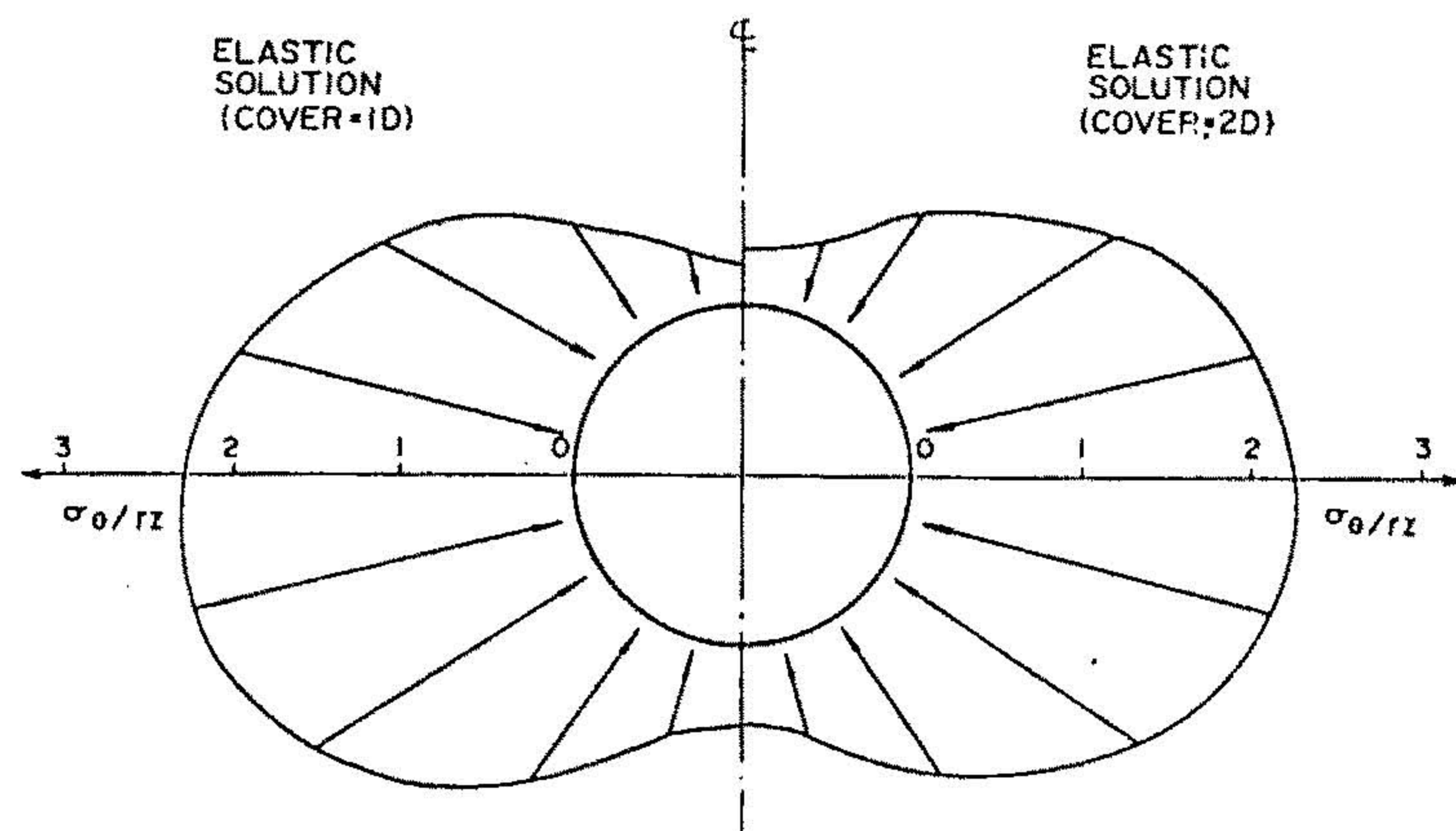
圖七 地表沉陷分佈曲線 (ϕ 值之影響)



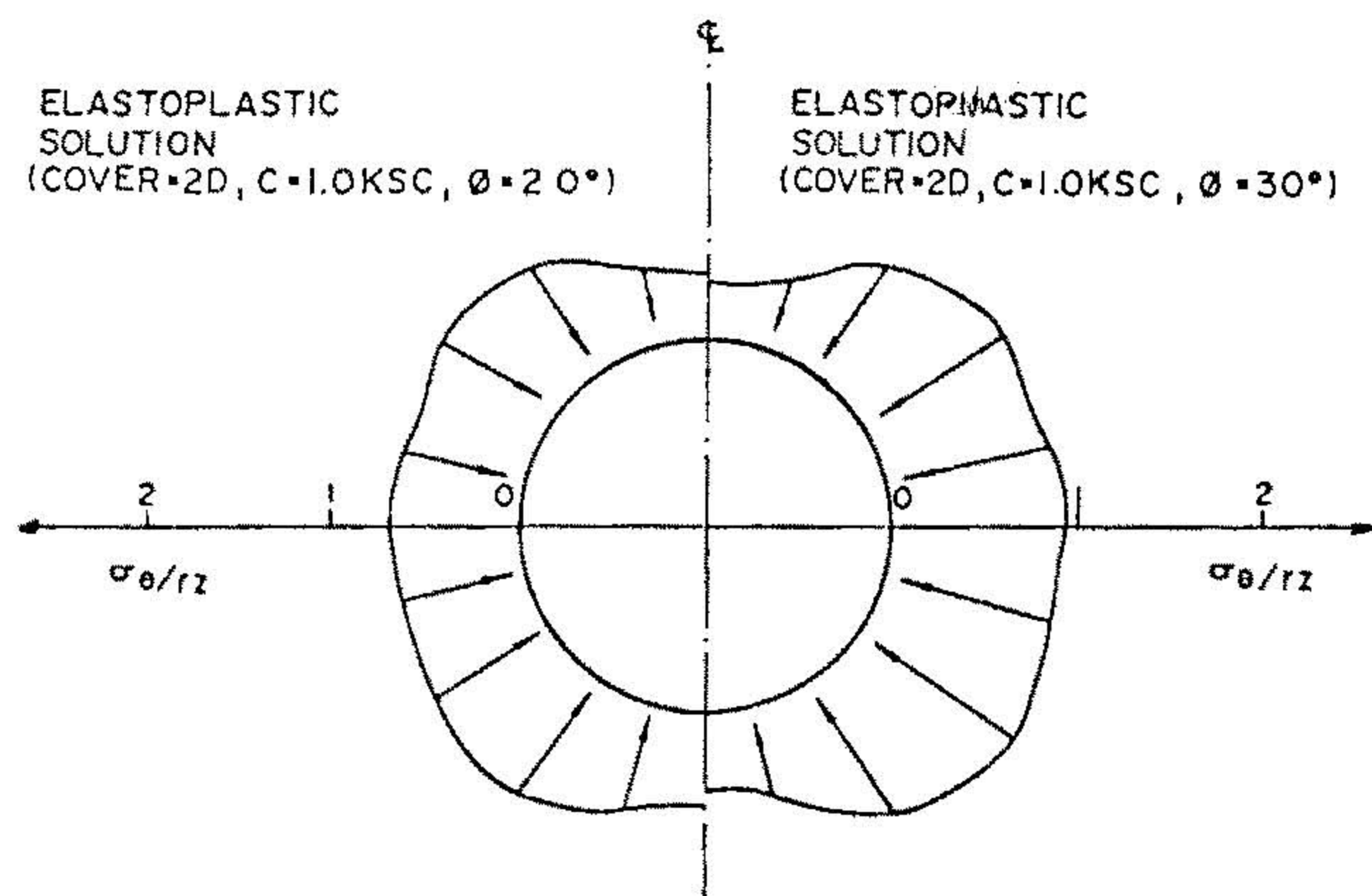
圖五 塑性區與深度之關係



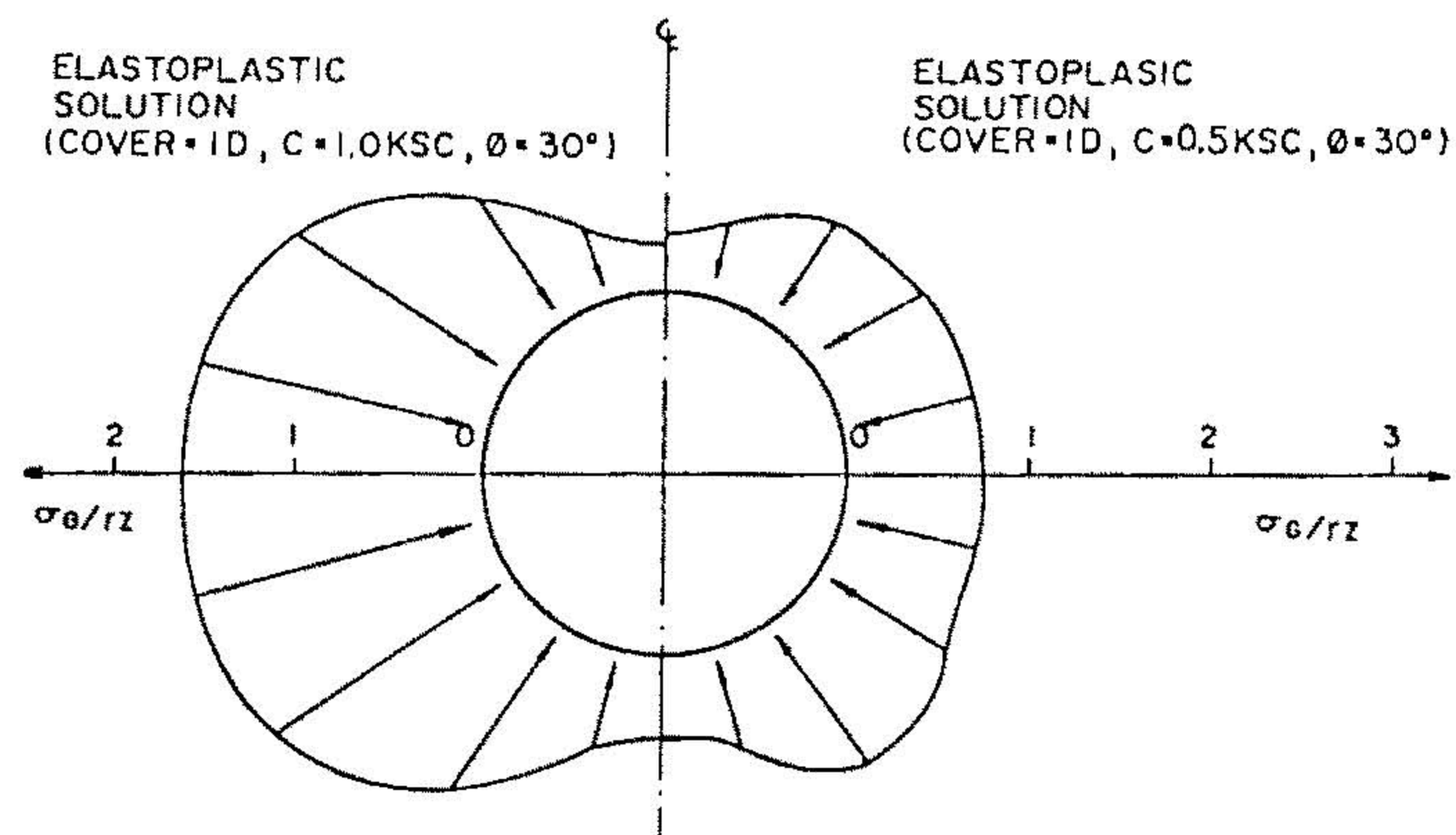
圖九 應力分佈 (彈塑性解與彈性解之比較)



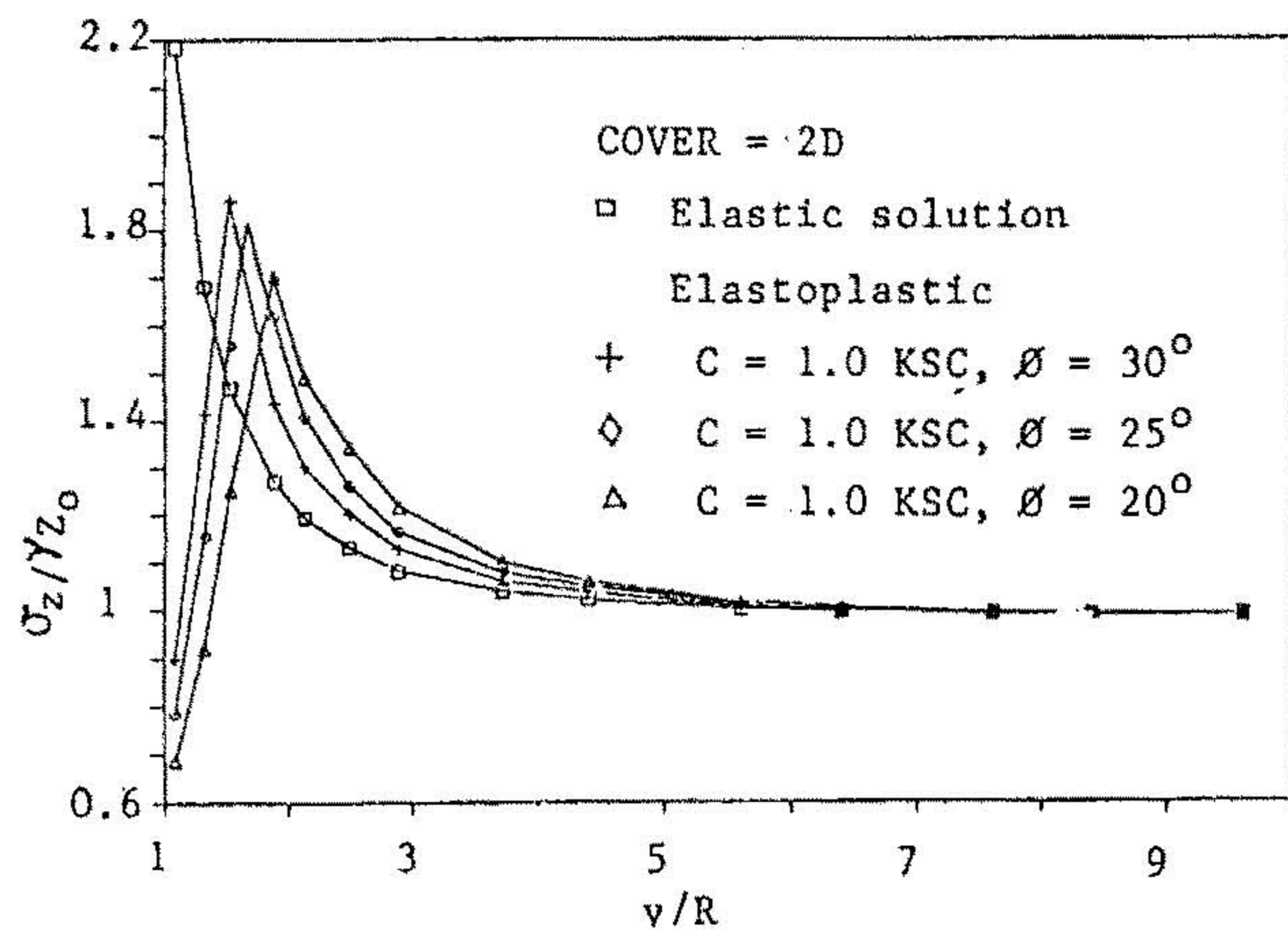
圖八 應力分佈 (彈性解)



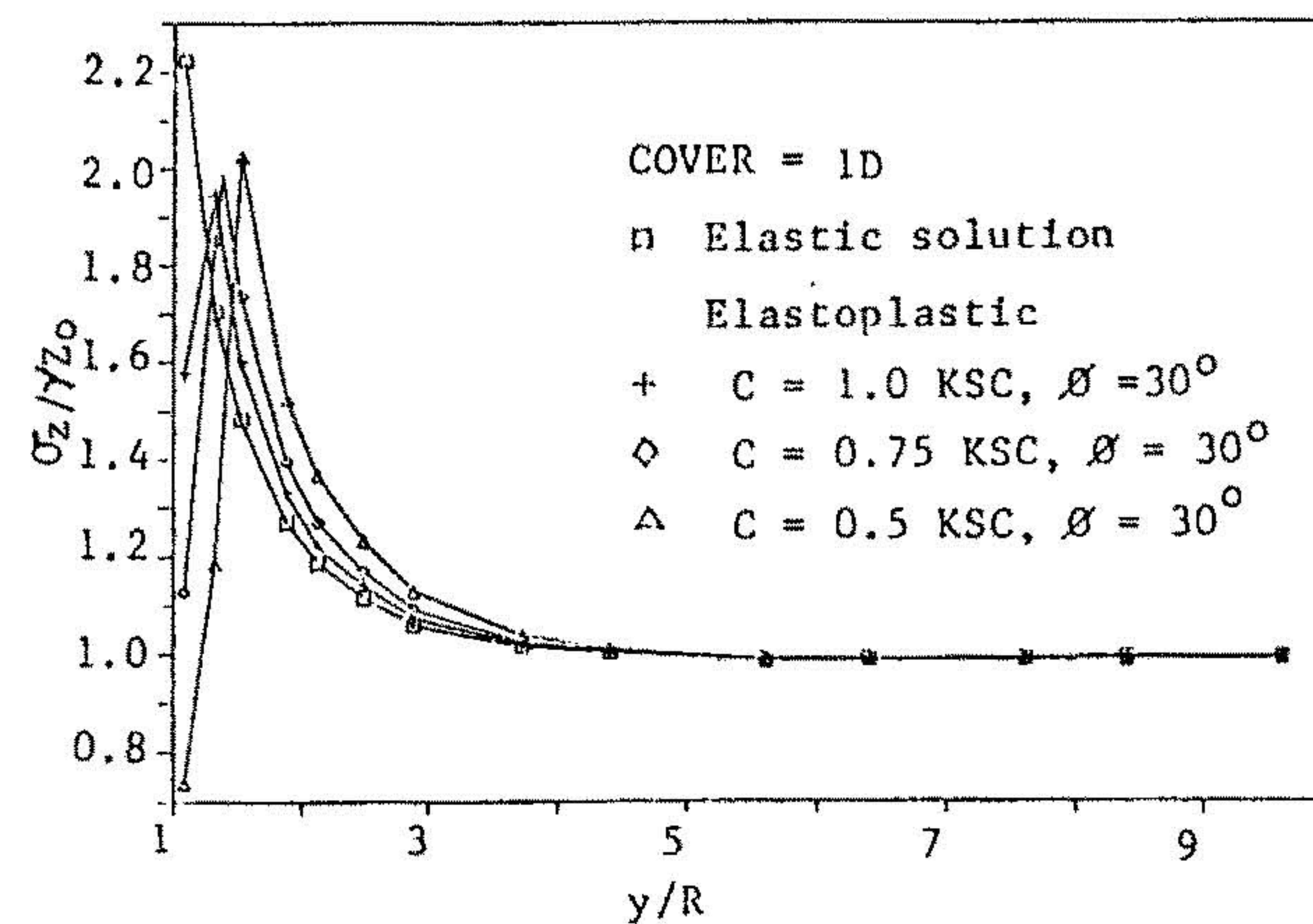
圖十一 應力分佈 (ϕ 值之影響)



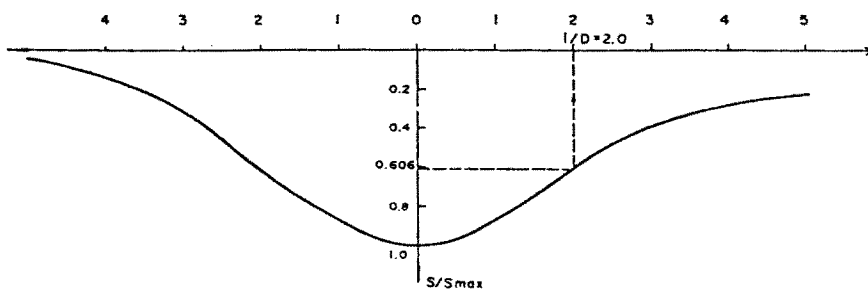
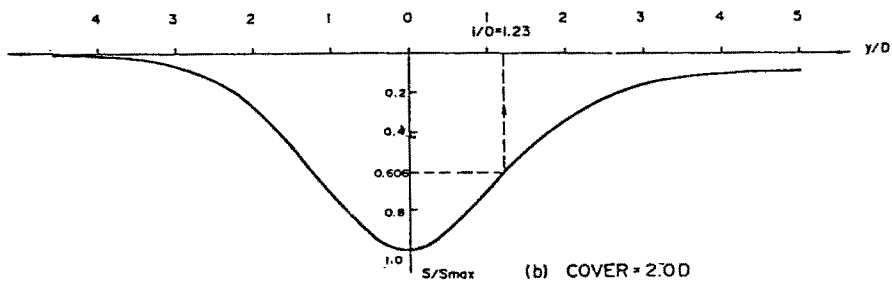
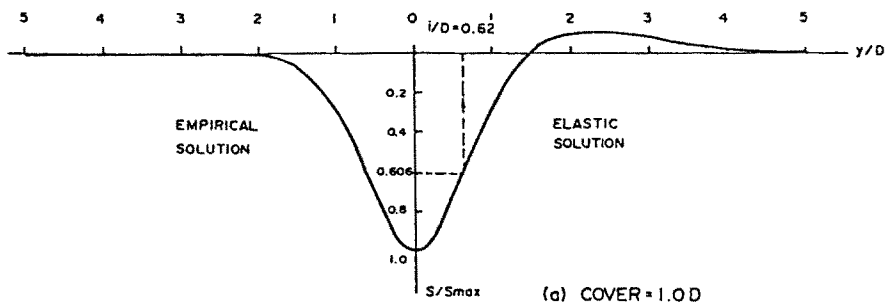
圖十 應力分佈 (C 值之影響)



圖十三 應力影響範圍 (覆蓋厚度 2 D)



圖十二 應力影響範圍 (覆蓋厚度 1 D)



圖十四 地表沉陷曲線與常態分佈曲線之比較