

深開挖工程之土壓設計理論 EARTH PRESSURE FOR DESIGN OF DEEP EXCAVATION

王劍虹
Chien-Hong Wang

原著載於台灣省土木技師公會
深開挖設計理論與施工實務研討會論文集
1991年8月・B1~B26頁

*Reprinted from Proceedings of
Symposium on From Theory to Engineering Practice
In Deep Excavation
August, 1991, pp.B1~B26
Taiwan Civil Engineers Association*

EARTH PRESSURE FOR DESIGN OF DEEP EXCAVATION

ABSTRACT

This paper presents the origin and limitations of the lateral earth pressure for design of excavation support currently used by the engineers. The frictions between the retaining walls and the soils are described. Also, the relationship between lateral deformation of the retaining wall and induced lateral earth pressure are discussed. In the last part, the lateral pressure on interbedded layers, surcharge and water pressure conditions are discussed.

深開挖工程之土壓設計理論

亞新工程顧問公司大地一部副理，土木技師公會會員

王劍虹

一、前言

一般設計深開挖擋土設施的方式，係由大地工程師提供作用於擋土設施（如支撐、擋土牆）的土壓力，然後土木或結構工程師即可依據一般的結構原理來設計出他們認為安全的擋土結構物。然而，如何求得作用於深開挖擋土措施之側向土壓，至目前為止，眾說紛紜無一定準則，因此，常困擾了土木及結構工程師。本文之目的在於告訴讀者，現階段常採用側向壓力計算方式的來源及應用上的限制。對於一些經驗或半經驗的方法，常常想到它們是怎麼來的，曾經在那些案例應用成功，準確度如何？除此之外，也注意到它們在那些案例的應用結果和預期的不一致。這些資料的收集與整理，將有助於對側向土壓更進一步的認識與了解，使擋土設施的設計能更符合安全及經濟的目的。

二、作用於擋土牆之側向土壓力

最基本的三種作用於擋土牆之土壤側向壓力為靜止土壓、主動土壓與被動土壓。它們的定義及應用如下所述。

2.1 靜止土壓

靜止土壓係指土壤在無橫向變形（亦即擋土牆無側向位移之下）如自然沉積的狀況下作用於擋土牆之側向壓力。圖一即為靜止土壓之作用情形。基礎開挖完成後構築之地下室牆壁即承受此種土壓。靜止土壓可以下式計算之：

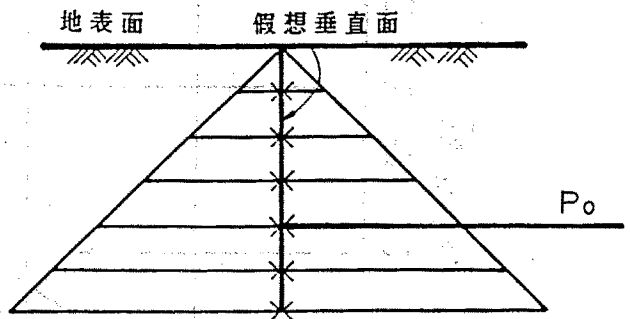
$$P_o = K_o \sigma_v' = K_o \gamma' Z \dots \dots \dots (1)$$

其中 K_o 為靜止土壓係數。

σ_v' 為垂直有效覆土壓力。

γ' 為土壤之有效單位重。

Z 為深度。



圖一 靜止土壓之分佈

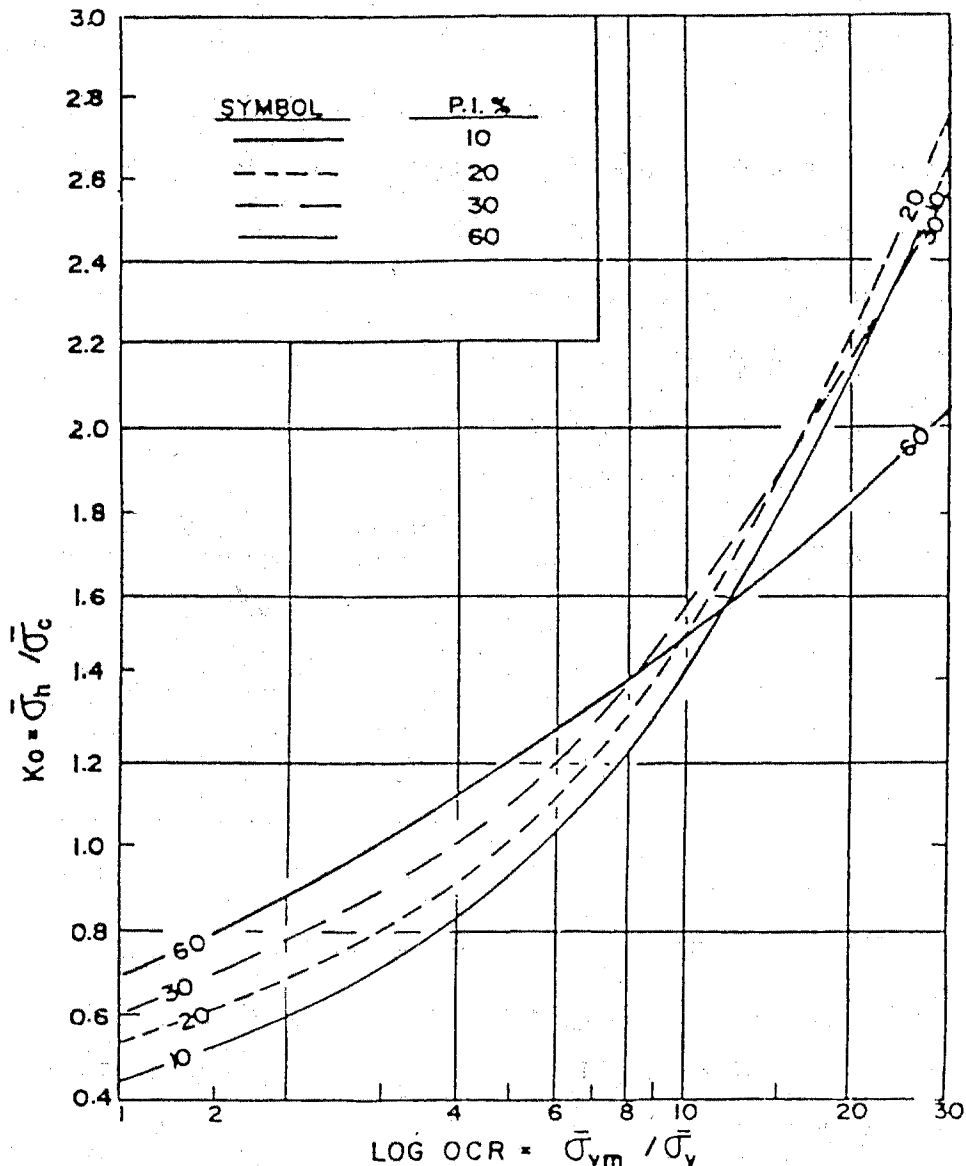
Terzaghi and Peck(1967)建議砂質土壤之 K_o 於疏鬆狀態為 0.5，於緊密狀態時為 0.4。一般而言，對於正常壓密的土壤，其 K_o 可以下式計算之。

K_0 砂 0.4~0.5

$$K_0 = 1 - \sin \phi' \dots \dots \dots (2)$$

其中 ϕ' 為土壤之有效內摩擦角。

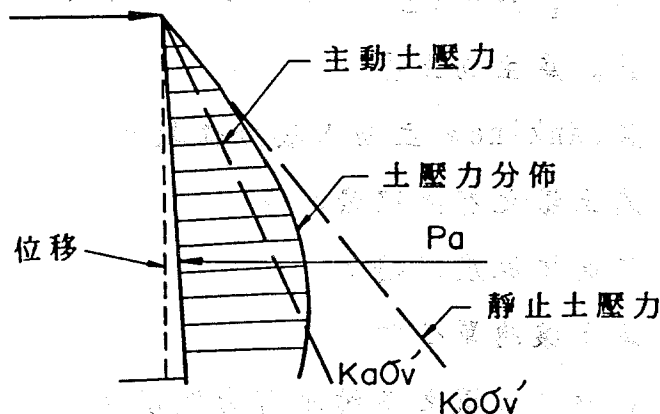
對於黏性土壤而言， K_0 還與過壓密比(Overconsolidation Ratio)有關，過壓密比愈大， K_0 值愈高如圖二所示。圖中顯示，正常壓密情況下之黏性土壤因塑性指數(Plastic Index)之不同，介於0.5至0.7之間。



圖二 粘土 K_0 與其 OCR 之關係

2.2 主動土壓

開挖時擋土牆會向外移動，當移動大至某個程度，擋土牆後的土壤產生破壞，在這種情形下，擋土牆所受的側向壓力為主動土壓力如圖三所示。一般而言，於砂土層中擋土牆之位移達到百分之零點一的牆高（即開挖深度）即可發揮主動土壓；於軟弱黏土層，擋土牆之位移則需達到百分之零點一至零點二才能發揮主動土壓。



圖三 主動土壓之分佈與位移之影響

圖三亦顯示了主動土壓力的分佈情形，基本上成三角形且合力作用於三分之一牆高處。位移的方式則有平移，對底部旋轉或二者一起。對於剛性的擋土牆則拱形效應（Arching Effect）會在位移對頂部旋轉時發生，使土壓力的分佈成為拋物線。對於較具柔性的擋土牆則土壓分佈因為開挖支撐的順序及支撐與牆的緊密度，都會影響應力集中，而使得土壓分佈變得不規則。

如圖三所示，若擋土牆後為一無限平面且不計算擋土牆與土

壤之摩擦力時，則主動土壓將水平地作用於擋土牆，其計算方式如下：

$$P_a = K_a \sigma_y' \dots \dots \dots (3)$$

$$\text{在砂土層，} K_a = \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\phi'}{2} \right) \dots \dots \dots (4)$$

在黏土層，一般狀況 (ϕ' , C')

$$P_a = r' H \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\phi'}{2} \right) - 2C' \tan \left(45^\circ - \frac{\phi'}{2} \right) \dots \dots (5)$$

特殊狀況 ($\phi = 0$, $C = S_u$)

$$P_a = r_t H - 2S_u \dots \dots \dots (6)$$

其中 P_a 為主動土壓

K_a 為Rankine之主動土壓力係數。

C' 為土壤之有效凝聚力。

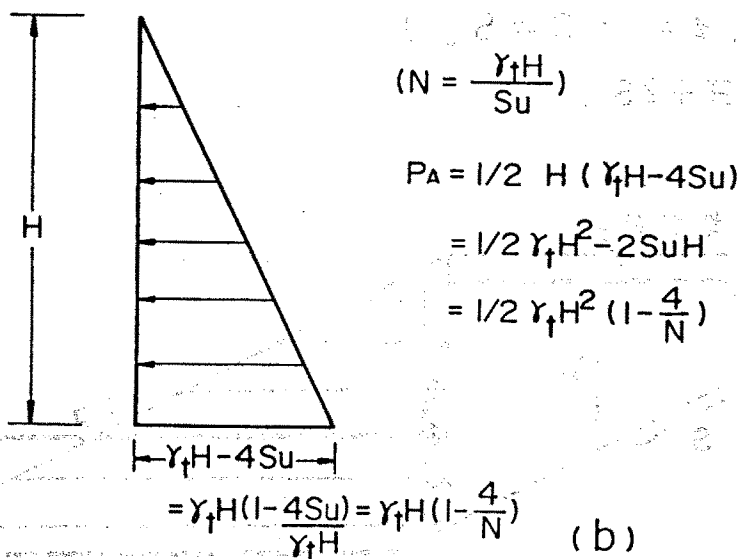
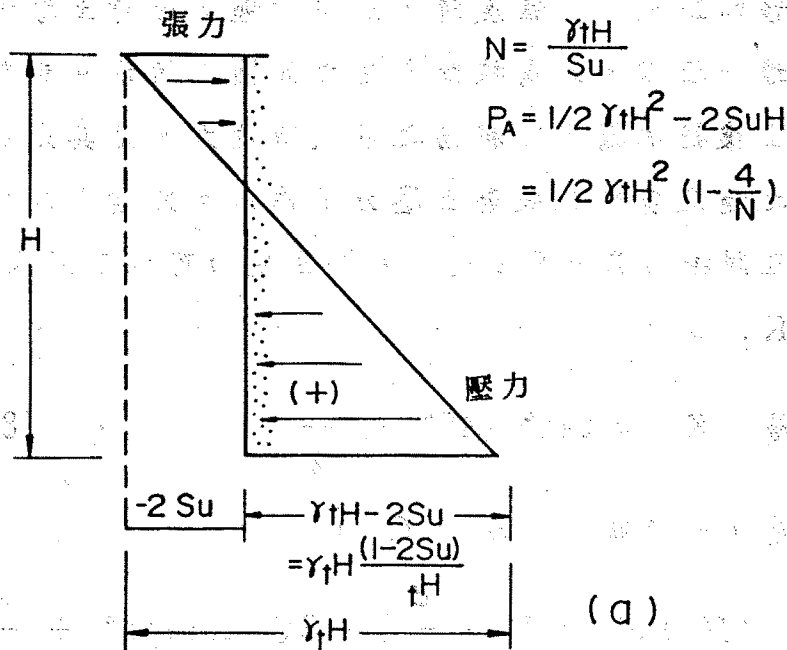
H 為開挖深度或牆高。

r_t 為土壤總單位重。

S_u 為黏性土壤之不排水剪力強度。

在黏土層應用式(6)時於擋土牆後的地表面附近，理論上會受張力如圖四a所示。但實際上，一般土壤無法對擋土牆發生張力作用，故總土壓力只考慮斜線部份而以此總土壓力再作三角形的分佈如圖四b所示。Terzaghi and Peck (1967)曾採用此方式來比較在支撐應力上量測的側向壓力。上述方式也僅適用於短期狀況而

不適用於長期狀況，因為長期的排水會使得不排水剪力強度有所變化，因此上述方式對於堅硬或硬程度的黏土層是不保守的，在此種土層宜考慮採用有效內摩擦角 ϕ' 。



圖四 粘性土壤之主動土壓分佈情形 ($\phi = 0$)

2.3 被動土壓

若開挖面受外力而向內擠壓土壤，則土壤對擋土牆之作用力將增加。當移動達至某一程度時，土壤破壞，此時土壤對擋土牆之側向應力達一極限，是為被動土壓力如圖五所示。設計時常以被動土壓為土壤抵抗擋土牆移動之最大抵抗力，尤其是開挖底面以下擋土牆之穩定皆賴此被動土壓力之作用。若擋土牆與土壤間無摩擦作用且開挖面為一平面時，被動土壓力可以下式求得：

$$P_p = K_p \sigma_v' \dots \dots \dots (7)$$

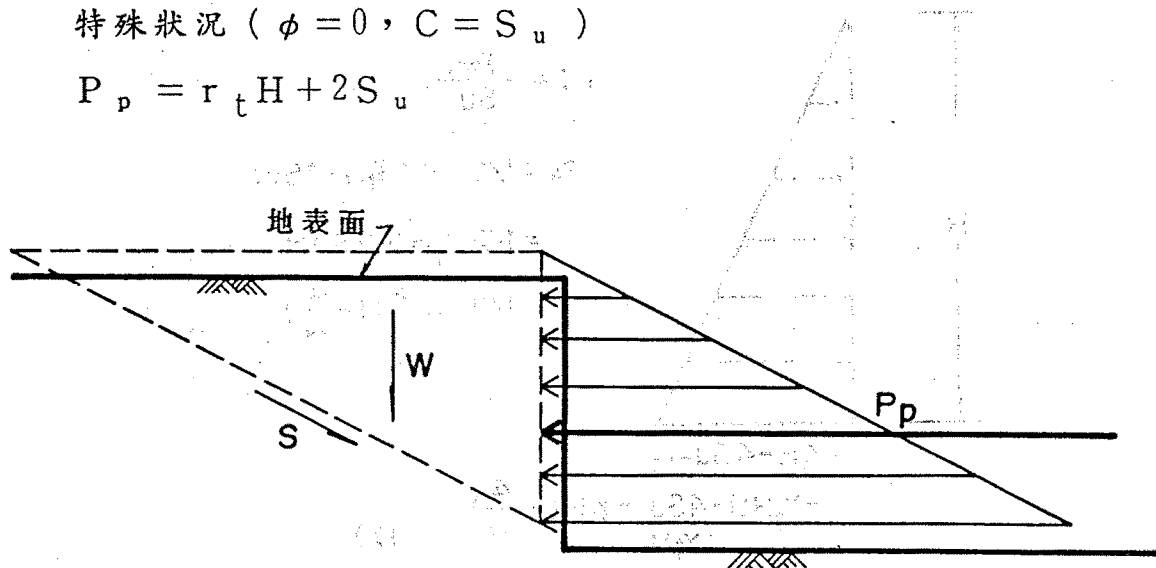
$$\text{在砂土層, } K_p = \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\phi'}{2} \right) \dots \dots \dots (8)$$

在黏土層，一般狀況 (ϕ' , C')

$$P_p = r' H \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\phi'}{2} \right) - 2C' \tan \left(45^\circ + \frac{\phi'}{2} \right) \dots (9)$$

特殊狀況 ($\phi = 0$, $C = S_u$)

$$P_p = r_t H + 2S_u$$



圖五 被動土壓之分佈

一般而言，發生被動土壓力時所需的最小位移要比發生主動土壓力時大許多。對於多少的位移才能完全的發揮完全的主動或被動土壓力，目前有多種不同的說法，表一為I.K.Lee(1983)所收集的資料，基本上與土層種類有極密切的關係。圖六顯示了剛性擋土牆在緊密砂層或堅硬黏土層中其被動土壓力分佈及發展情形。

1. 圖六a 為對牆底旋轉情形，最大應力首先發生於牆頂，進一步的旋轉將使最大應力往下移動，亦即合力作用點會向下移動。
2. 圖六b 為對牆頂的旋轉情形，剪力會集中於某一區域如進行邊坡分析一般。合力一直作用在接近牆底，發生此被動土壓所需的彎距要比在對牆底旋轉的情形下小許多。

表一 砂層中剛性擋土牆之變位
(摘自 I.K.LEE, 1983)

(a) 主動

Investigator	Date	Apparatus Type*	Height of Wall (H)	Mode of Wall Displacement	Sand Density	Peak Active Coefficient (K_A)	$\frac{\Delta}{H}$ (%)
Terzaghi	1934	B	1.5 m	Translation	Dense	0.10	0.06
				Rotation about base	Loose	0.25	0.5
Rowe	1969	B	1.5 m	Translation	Dense	0.16	0.2
Fagnoul et al.	1972	B	50 cm	Translation	Loose	0.24	3
Bros	1972	B	85 cm	Translation	Dense	0.24	0.06
				Rotation about base	Dense	0.30	0.035
Coyle et al.	1974	B	5.5 m	Translation and rotational	1.618 t/m ³	0.31	0.05
Matsuo et al.	1978	B	10 m	Rotational	1.94 t/m ³ †	0.25	0.6 to 0.8
				Rotational	2.31 t/m ³ ‡	0.1-0.25	0.3 to 0.5

Note:

* Type (A)  Type (B) 

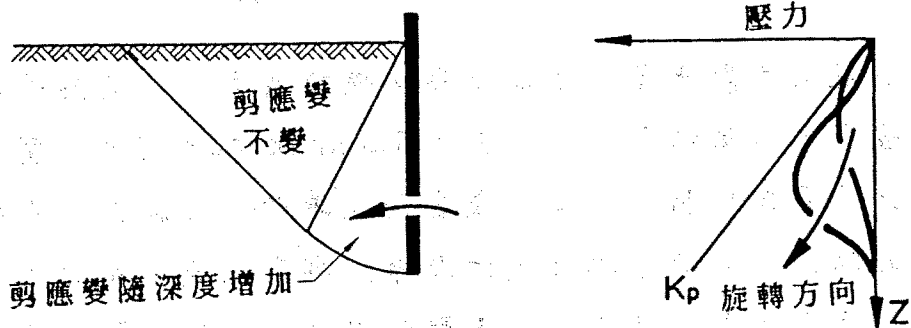
Δ = Wall displacement measured at the top of the wall.

† Silty sand $w = 11.9$ per cent.

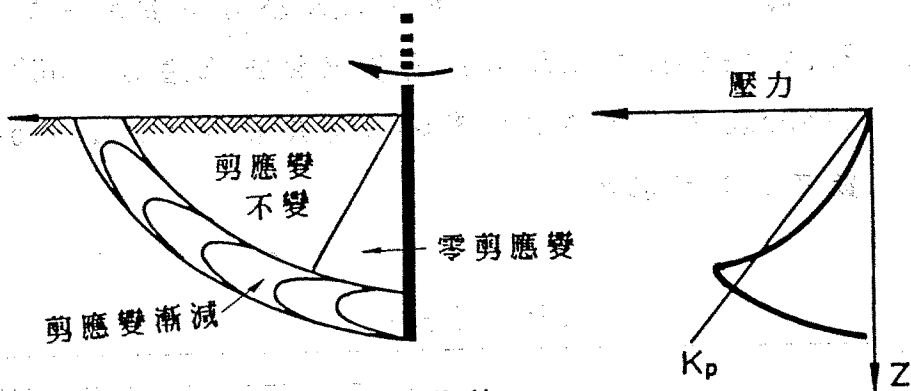
‡ Slags, $w = 9.4$ per cent.

(b) 被動

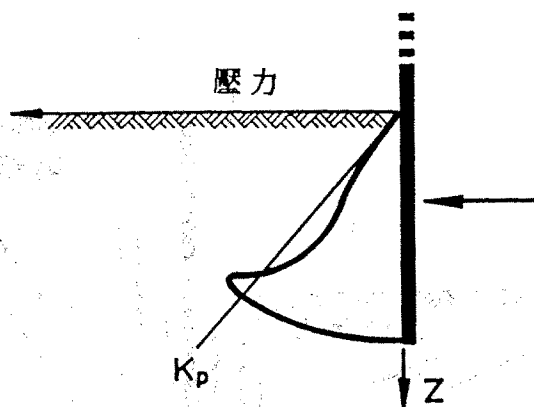
Investigator(s)	Date	Apparatus Type	Height of Wall (H)	Mode of Wall Displacement	Sand Density	Peak Passive Coefficient (K_p)	$\frac{\Delta}{H}$ (%)
Rowe and Peaker	1965	A	46 cm	Translation	Loose	4.3	25
					Dense	6.0	4
Narain et al.	1969	B	50 cm	Translation	Loose	8.5	8.6
				Rotation about base	Dense	8.7	6.4
					Loose	9.2	40
					Dense	10.0	30
James and Bransby	1970	A	31 cm	Rotation about base	Loose	4.0	23
					Dense	18.0	12
Bros	1972	B	85 cm	Translation	Dense	2.24	1
				Rotation about base	Dense	1.70	1
Kezdi	1972	—	50 cm	Translation	Dense	32	5.5
				Rotation about base	Dense	—	6.5



(a) 對牆底旋轉



(b) 對牆頂旋轉



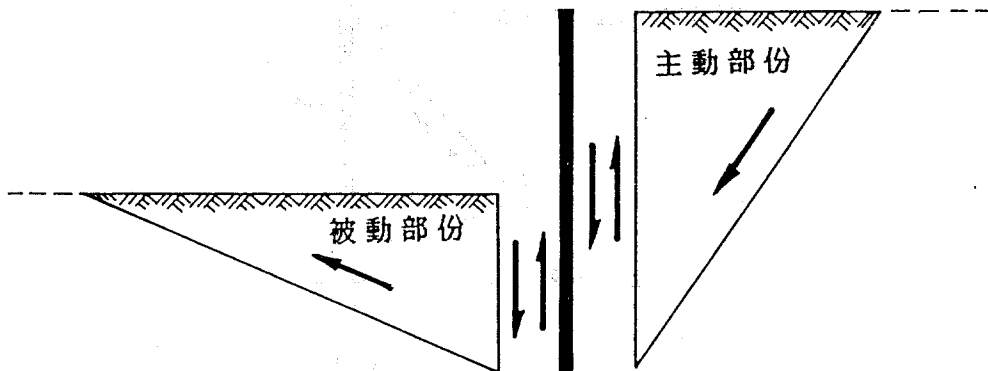
(c) 平移

圖六 刚性擋土牆在緊密砂層或堅硬粘土層中
被動土壓之分佈及發展

三、擋土牆的摩擦力

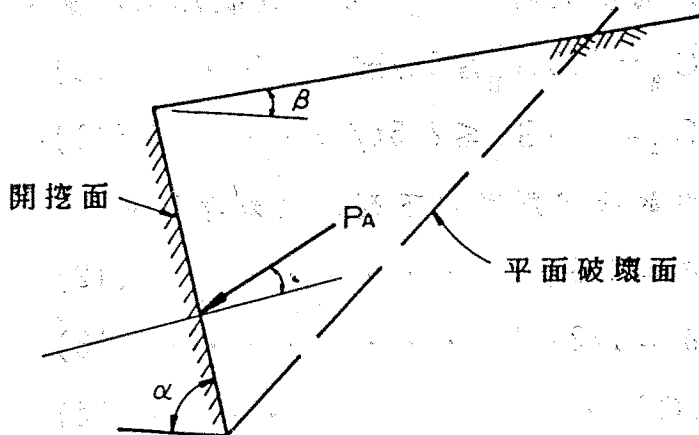
前述的主動土壓及被動土壓，假設牆與土壤間為平滑的以及牆背後為一無限水平，即一般所謂的Rankine土壓。但實際上，不管擋土牆是鋼版樁，預壘樁或者是連續壁，其牆與土壤的界面應該是粗糙的，因此牆與土壤的摩擦力事實上是存在的。圖七為牆的摩擦力對主動土壓與被動土壓的影響，主動土壓將因有牆摩擦力而減少，被動土壓則因此而增加。Rankine土壓理論常被採用的理由就是計算方便而且傾向保守。一般而言，對於砂土層而言，在 $\phi=30^\circ$ 的情況下，Rankine的主動土壓力為實際主動土壓力的110%，Rankine的被動土壓力則為實際被動土壓力的50%。另一方面，Coulomb理論則可將牆的摩擦力考慮在內。Coulomb的主動土壓力係數可以下式求之：

$$K_a = \frac{\sin^2 (\alpha + \phi)}{\sin^2 \alpha \sin(\alpha - \delta) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \sin(\phi - \beta)}{\sin(\alpha - \delta) \sin(\alpha + \beta)}} \right]^2} \quad (7)$$



圖七 牆摩擦力對主被動壓力的影響

其中 δ 為圖八中擋土牆與土壤摩擦角，其值大約為 $1/3\phi$ 至 $2/3\phi$ 。



圖八 Coulomb主動壓力

α 為開挖面與水平之夾角。

β 為背土之坡度。

以Coulomb主動土壓力和實際主動土壓力相差不多。在被动土壓方面，擋土牆與土壤摩擦角小於 $1/3\phi$ 時，Coulomb被动土壓力與實際值相差不多，若大於 $1/3\phi$ 時，則宜以螺旋曲線破壞面以求取實際的被动土壓力。

主被动土壓力若考慮牆的摩擦力效應時，則可以下兩式表示之：

$$P_a' = K_a (\gamma_t Z - u) - K_{ac} C' \dots \dots \dots (8)$$

$$P_p' = K_p (\gamma_t Z - u) + K_{pc} C' \dots \dots \dots (9)$$

其中 P_a' 為垂直作用於牆面的有效主動壓力。

P_p' 為垂直作用於牆面的有效被動壓力。

K_a 為主動土壓力係數與 δ 有關。

K_p 為主動土壓力係數與 δ 有關。

K_{ac} , K_{pc} 與牆摩擦角 δ 及牆黏著力 C_w 有關。

對於總應力的狀況而言 C_w 可以下列狀況來考量。

$$\text{主動狀態 } C_w = 0.5 S_u \leq 5 \text{ t/m}^2 \quad \dots \quad (10)$$

$$\text{被動狀態 } C_w = 0.5 S_u \leq 2.5 \text{ t/m}^2 \quad \dots \quad (11)$$

於有效應力的狀況則可以下列狀況來考量。

$$\text{主動狀態 } \delta = 2/3 \phi' \quad \dots \quad (12)$$

$$\text{被動狀態 } \delta = 1/2 \phi' \quad \dots \quad (13)$$

$$C_w \leq 0.5 C' \quad \dots \quad (14)$$

在總應力狀況即 $\phi = 0$ 時

$$K_{ac} = K_{pc} = 2 \sqrt{1 + C_w / S_u} \quad \dots \quad (15)$$

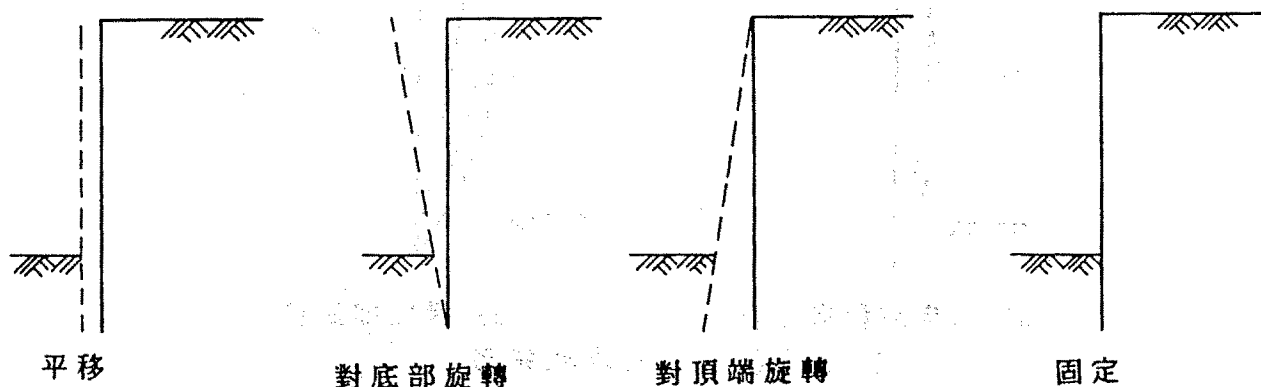
在有效應力狀況

$$K_{ac} = 2 \sqrt{K_a (1 + C_w / C')} \quad \dots \quad (16)$$

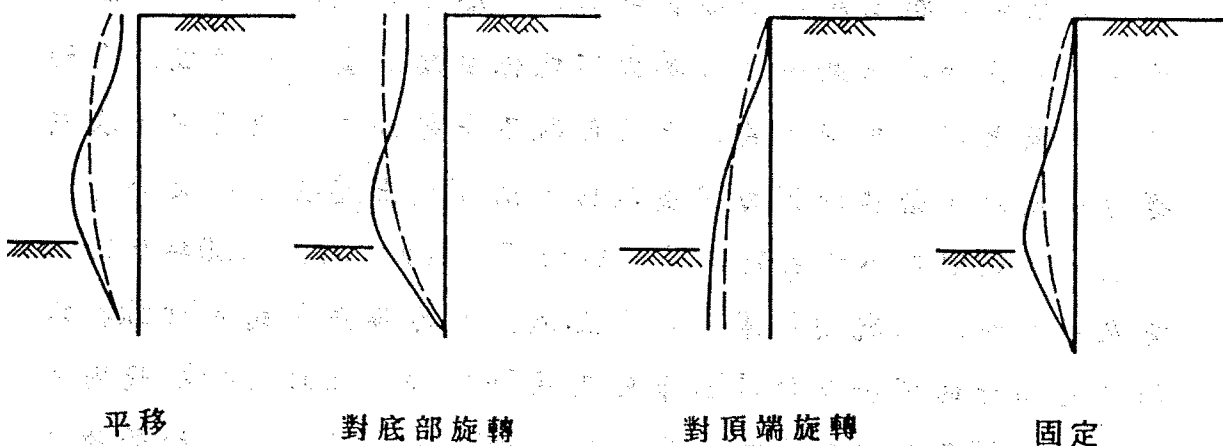
$$K_{pc} = 2 \sqrt{K_p (1 + C_w / C')} \quad \dots \quad (17)$$

四、擋土牆之變形與側向壓力

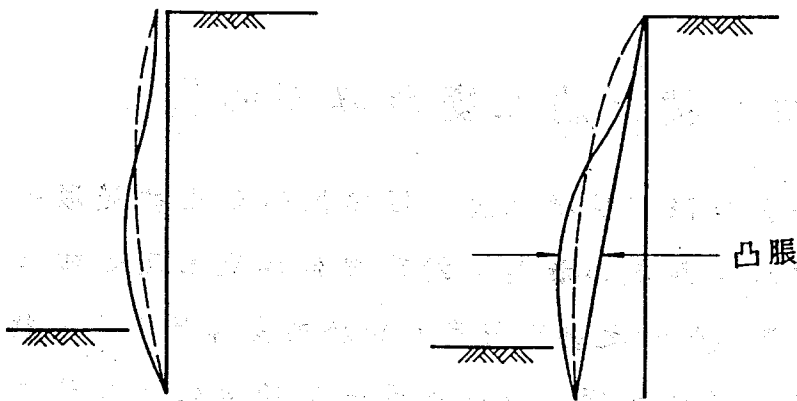
圖九爲一具無限剛性擋土牆，因開挖而產生的變形行爲，基本上可分爲平移，對底部旋轉，對頂端旋轉及固定等四種。圖十則爲擋土牆爲具柔性時之變形行爲。對於內支撐的擋土結構而言，當支撐頂位牆面並施加頂力以防止進一步的變位，會使得其變形曲線如圖十一所示。而對於背拉式的支撐系統，若頂部被固定則變形曲線如內支撐系統一樣，否則的話，由於擋土牆的沉陷，地錨的降伏，土壤的移動等將使得頂部向內位移，而有對底部旋轉的傾向發生如圖十二(b)所示。



圖九 具無限剛性擋土牆之變形



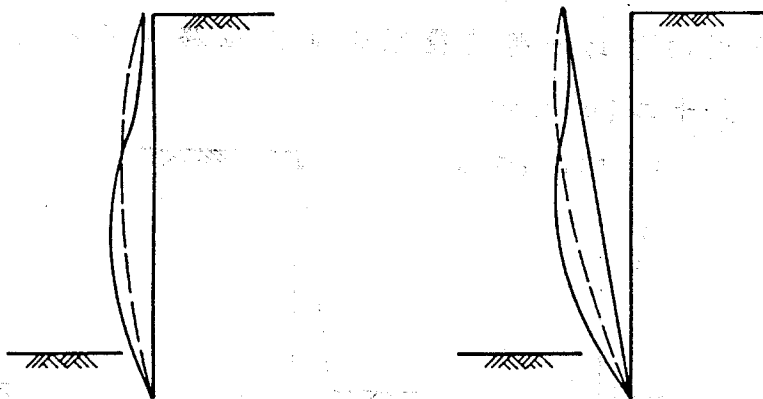
圖十 柔性擋土牆之變形



(a) 固定或稍有平移

(b) 對頂部旋轉

圖十一 內支撐擋土牆之變形



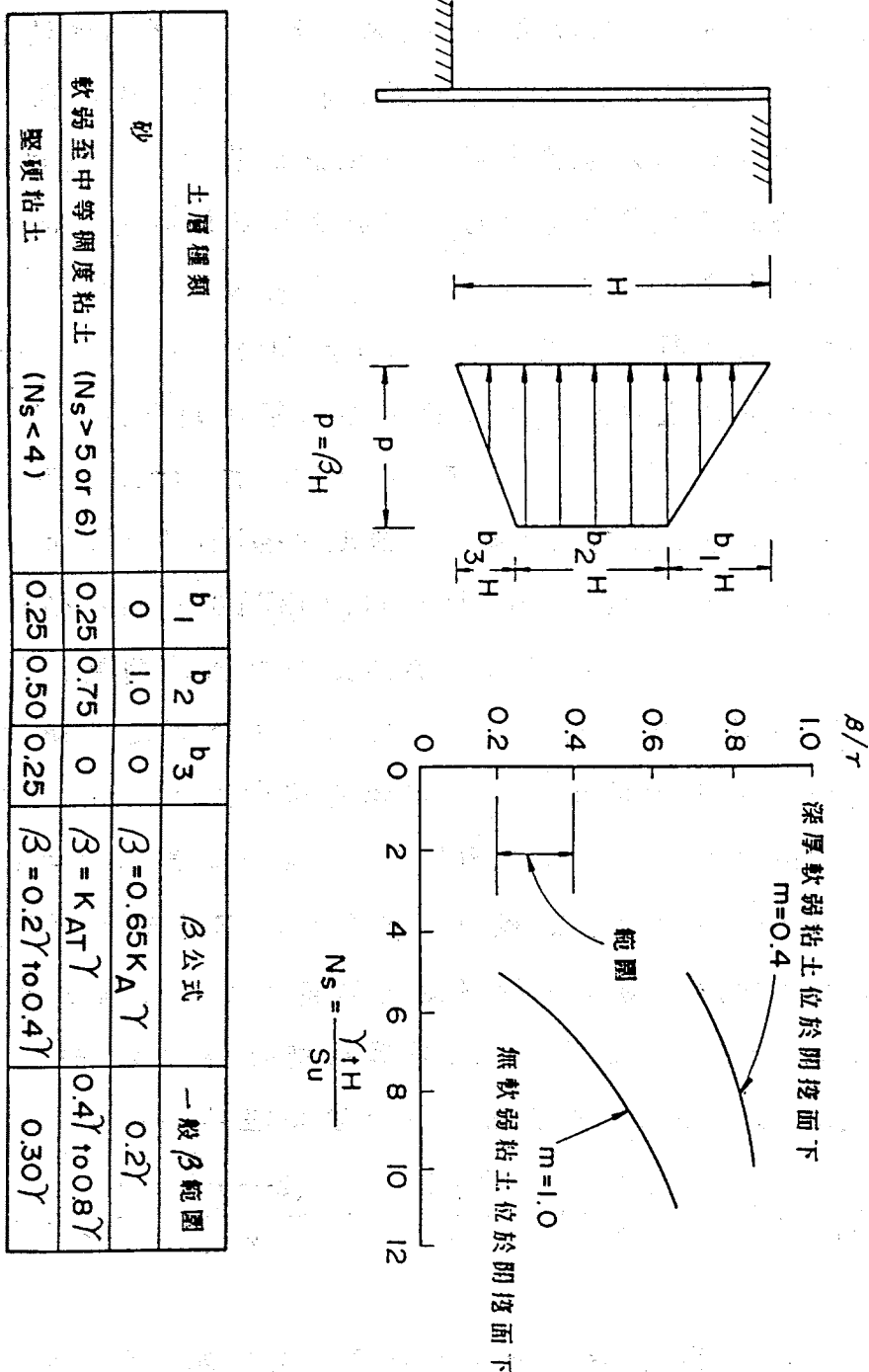
(a) 固定或稍有平移

(b) 對底部旋轉

圖十二 地錨擋土牆之變形

前已述及擋土牆之變形會影響到土壓力的大小，如圖十三所示。故作用於擋土牆後之土壓力不能像主動土壓力一樣成三角形分佈，而呈不規則形，其真正的形狀不易得知。一般而言，在支撐點的附近，若施加預力將牆頂回，則牆後土壓將可能大於靜止土壓，其餘則不小於主動土壓。Karl Terzaghi氏於1920年代即根據在柏林施工的觀測結果，提出上述問題的解決方式。Peck再增加了芝加哥的資料而發展出來他們的Terzaghi and Peck 規則。首次在1948年的教科書內提及，其後增加了奧斯陸及墨西哥的資

料，規則作了些修改，發表於Terzaghi and Peck (1967) 和Peck(1969)如圖十三所示。這個規則其實有下述的限制：



圖十三 Terzaghi and Peck (1968) 建議之明視土壓

- (1) 牆後的土壤主要為砂或黏土的狀況，對於一般常碰到的互層狀況，沒有進一步的詮釋。
- (2) 對於砂而言，係考慮排水狀況，故對於不透水的連續壁而言，公式的適用性應再考量。對於黏土而言，係考慮短期不排水狀況，故對於長期部份排水之狀況應考量其適用性。
- (3) 本公式係反算自採用 H 型鋼加隔板及鋼版樁等擋土結構，對於剛性較大的連續壁而言，應再考量。
- (4) 本公式係得到一假想土壓力，推導自支撐應力。若要採用實際作用於牆後的壓力來設計擋土牆時則應另外考慮。

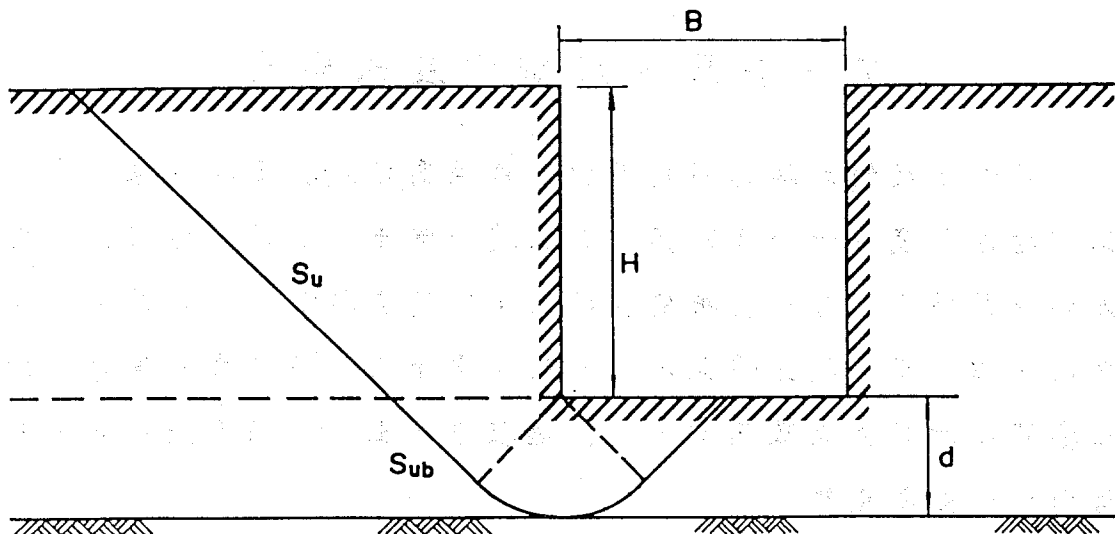
Terzaghi and Peck 規則至今已被採用了約二十年，還是很普遍的被採用，甚至被列入政府的手冊之內如 DM7.02(1986) 及 Canadian Foundation Engineering Manual(1987) 等。每一個大地工程師在學校上課時均被教過而且被認為是解決大地問題必要的基本知識之一。但是，即使是在均勻的黏土層中，用過此規則的人都會面臨到 m 值決定的困難。 m 值與穩定值(stability Number) N 有關，當 N 超過 5 或 6 時， m 值取 0.4，其他狀況則取 $m = 1.0$ 。

Terzaghi and Peck 規則其實是並不保守的，它並未考慮到軟弱黏土層中牆底產生塑性滑動的影響，因為這會擋土牆發生很大的位移。Henkel(1971) 依據簡單的塑性模式對 Terzaghi and Peck 規則提出修正，而提出一個比較合理的公式如下：

$$K_a = \left[1 - \frac{4S_u}{\gamma_t H} \right] + \frac{2\sqrt{2D}}{H} \left[1 - \frac{(2-\pi)S_{ub}}{\gamma_t H} \right] \quad \dots (18)$$

其中 D 為開挖面至堅硬土層的距離如圖十四所示。

S_{ub} 為開挖面以下之土壤不排水剪力強度。



圖十四 Henkel 之破壞模式

圖十四為Henkel的破壞模式。Henkel公式經採用奧斯陸及墨西哥市的開挖觀測資料與Terzaghi and Peck 規則比較結果，顯示較符合實際狀況如表二所示。

表二

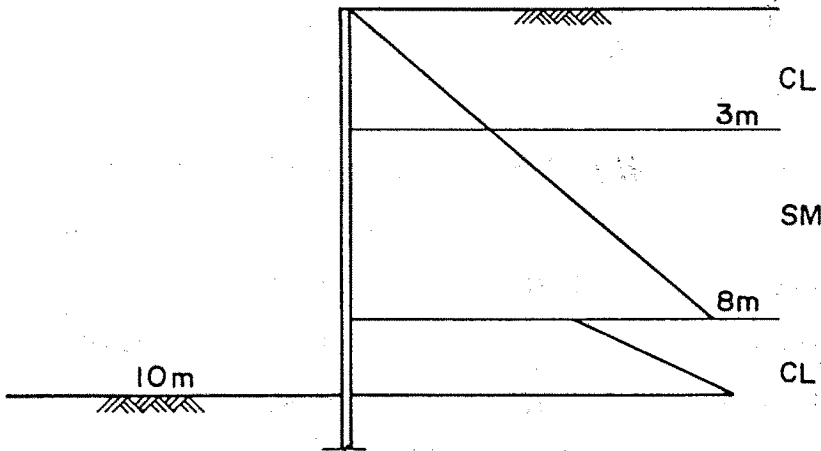
工 址	觀測結果	Henkel	T & P	T & P
			m = 1.0	m = 0.4
Vaterland 1	0.88	0.89	0.47	0.79
Vaterland 2	1.12	1.06	0.49	0.80
Vaterland 3	0.92	0.90	0.34	0.74
Mexico City	0.66 to 0.80	0.79	0.23	0.69

除此之外，開挖面以下土壤非均向的強度也是需要考慮的。在缺乏資料的情況下，可採用受壓與伸張狀況下不排水剪力強度的平均值。

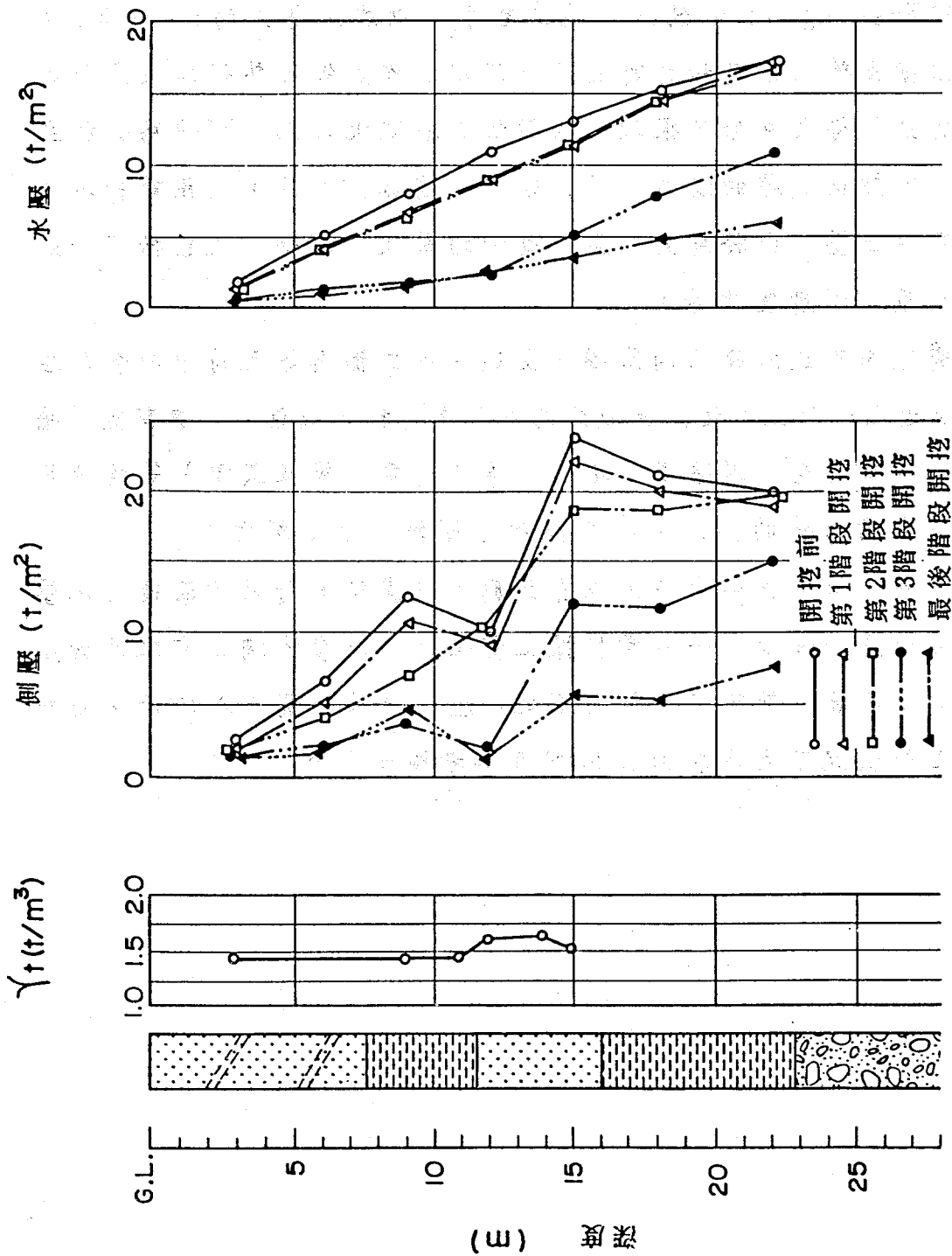
Terzaghi and Peck 及Henkel 所提的土壓公式是由支撐應力量測結果反算包絡而得故傾向於保守，由於非實際作用於擋土牆之土壓，一般稱為明視土壓(Apparent Earth Pressure)。

五、互層、超荷重及水壓力

實際上我們面臨的問題很少有單純為砂或黏土的現象。在台北市開挖深度為十公尺時其主動土壓如圖十五所示，根據土壓理論的計算結果，有一轉折處在黏土與砂的交界面，在設計上常被採用，但真正土壓分佈並不會如此。圖十六為日本東京靈岸島的土壓實測結果。大致而言，開挖過程中，土壓隨深度漸增而呈三角形之分佈之趨勢。



圖十五 擋土牆後之主動土壓示意圖



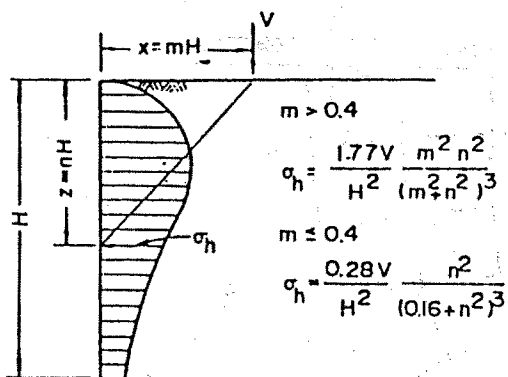
圖十六 東京霞岸島の土壓實測結果

互層時對於明視土壓，則至目前為止沒有一定的準則可循。

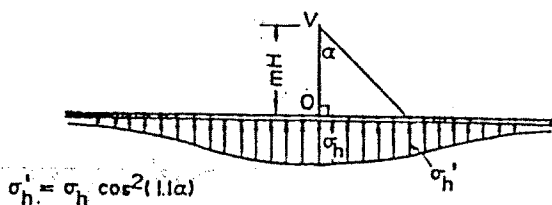
在美國Washington DC的地下鐵工程中，以總土壓力的1.1倍至1.4倍（依擋土牆的勁度和允許的位移而定）作為總力然後以長方形或梯形的分佈得之。除了很軟弱的黏性土層狀況外總力可視為介於主動土壓和靜止土壓的總力之間，若在上述範圍之外，則設計較不合理。明視土壓，由於為支撐應力觀測結果反算而得，故包括了一般的超荷重，溫度變化等。

開挖面附近結構物的基礎、交通、施工機具等之荷重都會加在開挖附近之地表上。這些加載分為點荷重（輪胎載重）、線荷重（牆重）、條狀荷重（道路或鐵路），均勻荷重（筏基載重）等均會增加作用在擋土牆的壓力，其側壓計算可如圖十七所示。

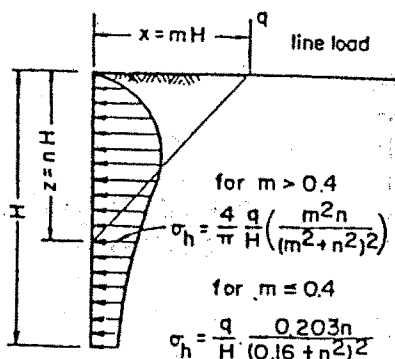
此外，估算土壓力時若以有效應力考慮時，對開挖面後之水壓力，必須另加考量。一般常根據土質條件，以滲流網或有限元素法分析，在均質土層穩定流狀況下之水壓力分佈如圖十八所示，而非均質土層狀況下之水壓力分佈則可參考圖十九。



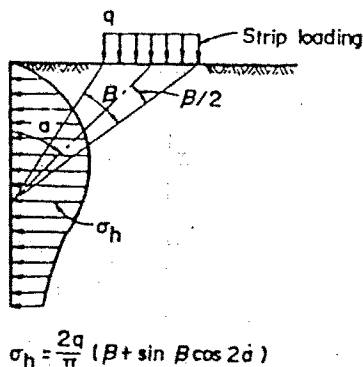
(a) 點荷重所導致之側壓力隨深度分佈之關係



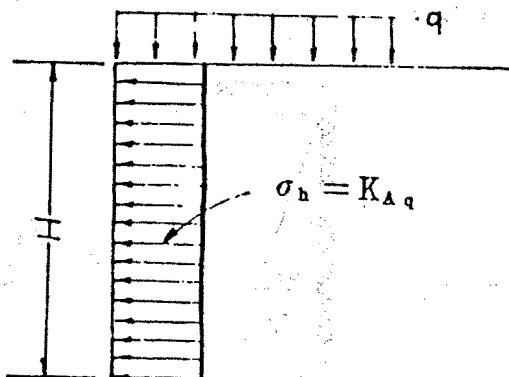
(b) 點荷重所導致之側壓力隨擋土設施沿線分佈之關係



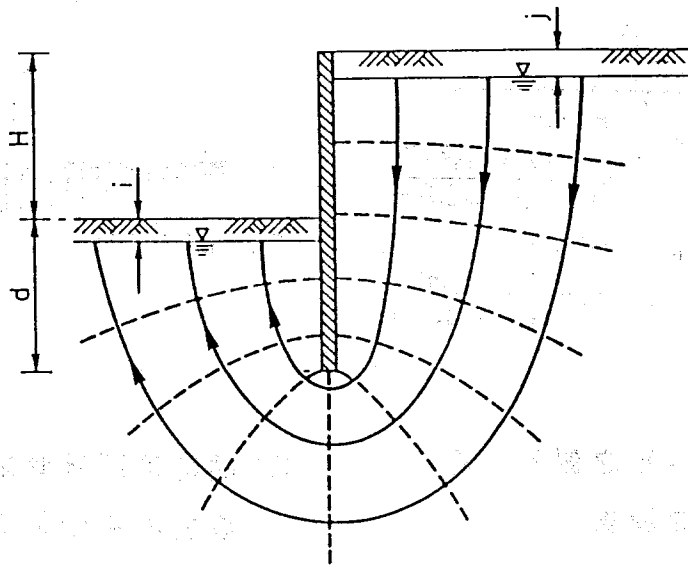
(c) 線荷重所導致之側壓力分佈



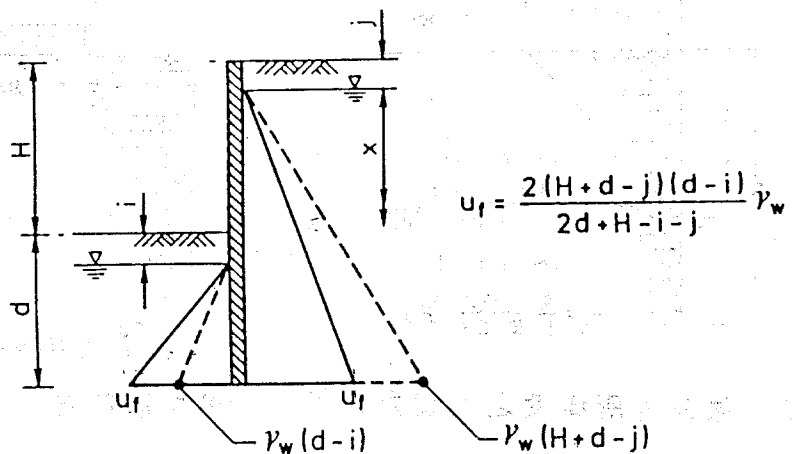
(d) 條狀荷重所導致之側壓力分佈



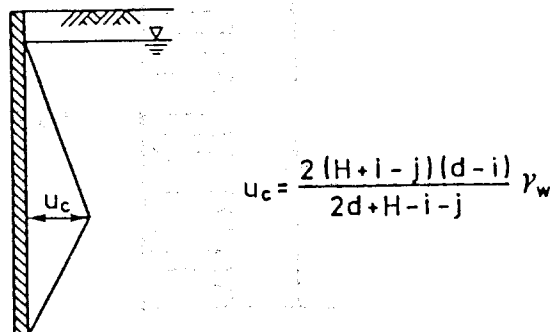
(e) 均勻荷重所導致之側壓力



(a) 均質土質中的滲流網

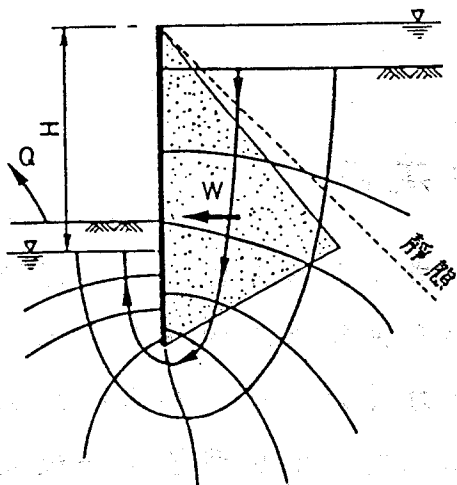


(b) 滲流情形下的水壓力

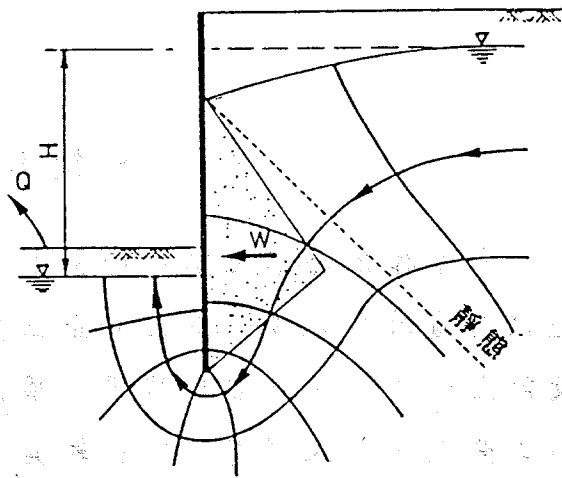


(c) 作用於擋土牆之淨水壓

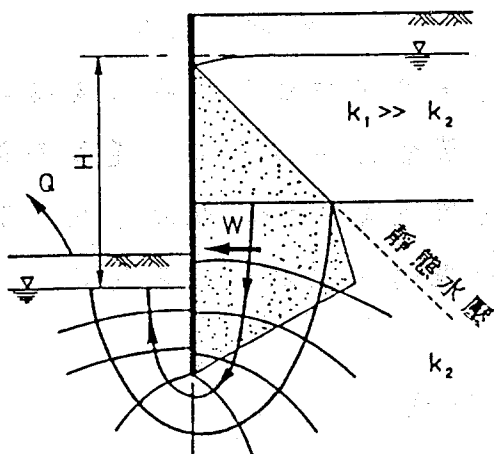
圖十八 均質土層穩定流下擋土牆後之水壓



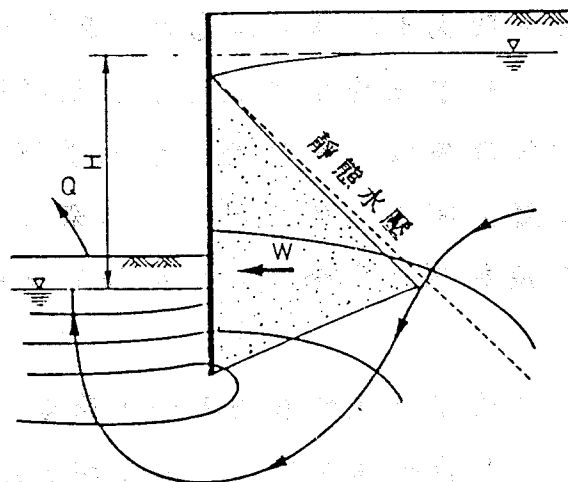
(a) 自由水域



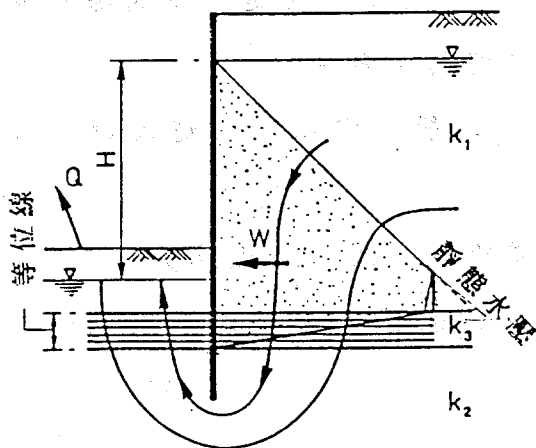
(b) 地下水位以下開挖



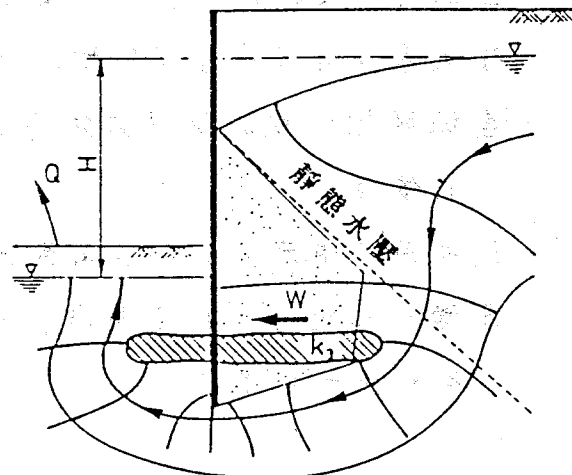
(c) 高透水層在上時



(d) 非均質 $k_h > k_v$



(e) 低透水層存在時
 $k_3 \ll k_1, k_3 \ll k_2$



(f) 有不連續的低透水層時

圖十九 非均質土層中擋土牆後之水壓

六、結論與建議

實際作用於擋土牆後的土壓大致成三角形分佈，會隨著開挖過程而隨時在改變，有由靜止土壓轉向主動土壓的趨勢。但爲了設計上的方便，一般係採用一種土壓力（如主動土壓加被動土壓的二分之一）來考慮，對於較具柔性且擋土牆位移量允許較大者則可考慮主動土壓。設計擋土牆時應考慮實際作用於牆背的土壓力。明視土壓係支撐應力之反算而得，僅適用於設計支撐。

除了土層性質及地下水之影響外，施工方法及步驟，支撐之選擇及安裝，開挖面土壤之擾動等，皆會影響擋土牆之變位而使土壓力有很大的不同，因此深開挖時特別需要依賴觀測系統，除了控制施工安全外，也印証目前設計理念，並改進將來的設計。

除了上述的看法之外，筆者尚有下列的建議：

1. 我們需要進一步的了解土層的靜止土壓。
2. 開挖底面黏性土層在伸張狀況下的行爲需要進一步的探討。
3. 大家多發表一些深開挖工程的觀測資料。
4. 深開挖的觀測資料必須詳實，才能提供爾後改進設計的有利依據。
5. 採用有限元素法來估算因土質改良而改變的土壓力。
6. 擋土牆後有黏性土層存在時，以排水或不排水情況視之，有待進一步了解。

參考文獻

- 1.Canadian Foundation Engineering Manual(1987)
" Excaations and Retaining Structures, " Vancouver,B.C.,
Bitech, Canada.
- 2.Design Manual 7.02(DM7.02)(1986)
Foundation and Earth Structures, U.S. Naval Facilities
Engineering Command.
- 3.Henkel, David J.(1971)
" The Caculation of Earth Pressures in Open Cuts in Soft
Clays, " The Arup Journal, Vol.6, No.4, PP.14-15
- 4.Lee, I. K., Ingles, O.G. and White, W.(1983)
Geotechnical Engineering, Marshfield, Pitman, Massachusetts,
PP.254.
- 5.Peck, R. B.(1969)
" Deep Excaations and Tunneling in Soft Ground, " Proceedings,
Seventh International Conference on Soil Mechanics and
Foundation Engineering, Mexico City, State of the Art Volume,
PP.225-281.
- 6.Tereaghi, Karl, and Peck, Ralph B.(1967)
Soil Mechanics in Engineering Practice, New York, Wiley,
2nd editon.